

الأعداد النسبية







مجموعة الأعداد النسبية " مفاهيم أساسية "

العدد النسبى

هو العدد الذى يمكن وضعه فى صورة بسط/مقام بحيث المقام ≠ صفر

فمثلاً : الأعداد ١/٢ ، ٣/٥ ، ٦/٧ ، ١٢/٢٥ كلاً منها يسمى عدد نسبى

وإذا قيل أن العدد أ/ب عدد نسبى فهذا يعنى أن أ عدد صحيح ، ب عدد صحيح لا يساوى الصفر

ونعبر عن ذلك رمزياً كما يلى :

مجموعة الأعداد النسبية ن = { أ/ب : أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }

حيث ن = ن+ ∪ {٠} ∪ ن- ، ن+ ∩ ن- = φ ، ن* = ن - {٠} = ن+ ∪ ن-

- نعلم أن ص = { ... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، ... }

وحيث أن أى عدد صحيح يمكن وضعه فى صورة كسر اعتيادى (عدد نسبى) مقامه الواحد الصحيح فيمكن التعبير عن ص بالصورة

ص = { ... ، ٣/١ ، ٢/١ ، ١/١ ، ٠/١ ، -١/١ ، -٢/١ ، -٣/١ ، ... }

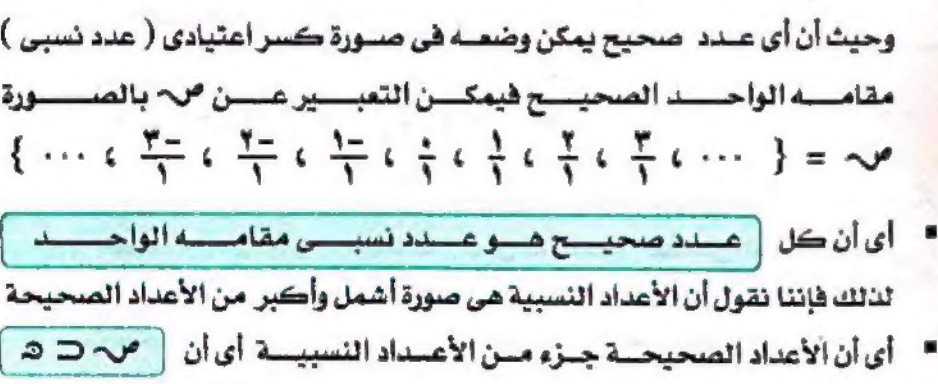
- اى أن كل **عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه الواحد**

لذلك فإننا نقول أن الأعداد النسبية هى صورة أشمل وأكبر من الأعداد الصحيحة

- أى أن الأعداد الصحيحة جزء من الأعداد النسبية أى أن **ص ⊂ ن**

وحيث أن ط ⊂ ص ، ص ⊂ ن

فإن ط ⊂ ص ⊂ ن



ملاحظات

١

كل عدد صحيح هو عدد نسبي و لكن ليس كل عدد نسبي هو عدد صحيح
فالعدد النسبي يعبر عن عدد صحيح فقط إذا كان بسطه يقبل القسمة على مقامه

فمثلاً: العدد $\frac{١٠}{٥}$ يعبر عن عدد صحيح لأن $\frac{١٠}{٥} = ٢$ و أيضاً $\frac{٨}{٢}$ عدد صحيح لأن $\frac{٨}{٢} = ٤$

٢

إذا كان العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ = صفر فإن أ = صفر

فمثلاً: إذا كان $\frac{س}{٣}$ = صفر فإن س = صفر و إذا كان $\frac{س - ٢}{٣}$ = صفر فإن $س - ٢ = ٠$

مع ملاحظة أن $\frac{أ}{صفر}$ ليس لها معنى فمثلاً $\frac{٥}{صفر}$ ليس لها معنى

٣

العدد النسبي **لا يتغير** إذا ضرب حداه (في) أو قسم (على) أي عدد صحيح غير الصفر

فمثلاً: $\frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٢٠ \times ٢}{٣٠ \times ٢} = \frac{٤٠}{٦٠} = \frac{٢٠ \div ١٠}{٣٠ \div ١٠} = \frac{٢}{٣}$

٤

يتساوى العددان النسبيان إذا كانا صورتين مختلفتين لنفس العدد النسبي في أبسط صورة

فمثلاً: العددان $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٨}{١٢}$ متساويان لأنهما صورتان مختلفتان لنفس العدد و هو $\frac{٢}{٣}$
و أيضاً الأعداد $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٤}{٨}$ ، $\frac{٥}{١٠}$ ، $\frac{١٢}{٢٤}$ جميعها متساوية
لأنها صور مختلفة لنفس العدد النسبي $\frac{١}{٢}$





لاحظ أن

العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

(١) عدد صحيح إذا كان بسطه أ يقبل القسمة على مقامه ب مثل $\frac{٦}{٣}$ ، $\frac{١٥}{٥}$

(٢) موجباً إذا كان أ × ب > ٠ مثل $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٤}{-٥}$ (أ ، ب لهما نفس الإشارة)

(٣) سالباً إذا كان أ × ب < ٠ مثل $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{-٨}$ (أ ، ب مختلفان في الإشارة)

كتابة العدد النسبي في أبسط صورة

لوضع العدد النسبي في أبسط صورة (اختصار العدد النسبي) :

(١) نجعل المقام عدداً موجباً

(٢) نقسم كلاً من البسط والمقام على نفس العدد (العامل المشترك الأعلى بينهما إن وجد)
بحيث لا توجد عوامل مشتركة بينهما غير الواحد

فمثلاً :

لوضع العدد $\frac{٤}{-٨}$ في أبسط صورة فإننا نقسم البسط و المقام على ٤ و نجعل المقام موجباً

أي أن $\frac{٤}{-٨} = \frac{٤ \div ٤}{-٨ \div ٤} = \frac{١}{-٢} = -\frac{١}{٢}$

أمثلة توضيحية

مثال ١ بين أي الأعداد الآتية نسبي و أيها غير نسبي مع ذكر السبب :

(١) $\frac{٥}{٧}$ (٢) $\frac{-٢}{٣}$ (٣) $٥\frac{١}{٢}$

(٤) ٠,٦ (٥) $\frac{٠}{٨}$ (٦) $\frac{٤}{٠}$

الحل

(١) $\frac{٥}{٧}$ عدد نسبي لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

(٢) $\frac{-٢}{٣}$ عدد نسبي لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

③ $٥\frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

④ $٠,٦ = \frac{٦}{١٠}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

⑤ $\frac{٠}{٨}$ عدد نسبى لأن بسطه ومقامه عدد صحيح ، المقام ≠ صفر

⑥ $\frac{٤}{٠}$ ليس لها معنى ، أى أنه ليس عدد نسبى

مثال ٢ إذا كانت س عدد صحيح فاكتب الشرط اللازم لكى يكون كل مما يأتى عدداً نسبياً :

① $\frac{٢}{س - ٥}$ ② $\frac{٥}{س + ٣}$ ③ $\frac{٧}{٢س - ٤}$ ④ $\frac{٥}{٢س}$

الحل

الشرط اللازم لكى يكون كل من الأعداد التالية نسبياً هو أن يكون المقام ≠ صفر

① $\frac{٢}{س - ٥}$ عدد نسبى إذا كان $س - ٥ \neq ٠$ أى $س \neq ٥$

② $\frac{٥}{س + ٣}$ عدد نسبى إذا كان $س + ٣ \neq ٠$ أى $س \neq -٣$

③ $\frac{٧}{٢س - ٤}$ عدد نسبى إذا كان $٢س - ٤ \neq ٠$ أى $٢س \neq ٤$ أى $س \neq ٢$

④ $\frac{٥}{٢س}$ عدد نسبى إذا كان $٢س \neq ٠$ أى $س \neq ٠$

مثال ٣ إذا كانت س عدد صحيح فاكتب الشرط اللازم لكى يكون كل من الأعداد الآتية مساوياً الصفر :

① $\frac{س - ٣}{س + ٤}$ ② $\frac{٢ - س}{س}$ ③ $\frac{٢س}{س + ٣}$

الحل

① العدد $\frac{س - ٣}{س + ٤}$ = صفر إذا كان $س - ٣ = ٠$ أى إذا كان $س = ٣$

② العدد $\frac{٢ - س}{س}$ = صفر إذا كان $٢ - س = ٠$ أى إذا كان $س = ٢$

③ العدد $\frac{٢س}{س + ٣}$ = صفر إذا كان $٢س = ٠$ أى إذا كان س = صفر



مثال ٤ بين أى الأعداد النسبية الآتية ينتمى إلى مجموعة الأعداد الصحيحة :

① $\frac{٦}{٢}$ ② $\frac{٠}{٧}$ ③ $\frac{٨}{٥}$ ④ $\frac{-٩}{٣}$

الحل

① $\frac{٦}{٢} \in$ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{٦}{٢} = ٣$

② $\frac{٠}{٧} \in$ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{٠}{٧}$ = صفر

③ $\frac{٨}{٥} \notin$ ص لأن البسط لا يقبل القسمة على المقام

④ $\frac{-٩}{٣} \in$ ص لأن البسط يقبل القسمة على المقام حيث $\frac{-٩}{٣} = -٣$

مثال ٥ بين أن كلاً من الأعداد الآتية تعبر عن العدد النسبى $\frac{٥}{١٠}$

$\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧٥}{١٥٠}$ ، $\frac{٢٠}{٤٠}$

الحل

$\frac{٥٠}{١٠٠} = \frac{٥٠ \div ١٠}{١٠٠ \div ١٠} = \frac{٥}{١٠}$

$\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٥}{١٠}$

$\frac{٧٥}{١٥٠} = \frac{٧٥ \div ٥}{١٥٠ \div ٥} = \frac{١٥}{٣٠}$ ثم $\frac{١٥ \div ٣}{٣٠ \div ٣} = \frac{٥}{١٠}$

$\frac{٢٠}{٤٠} = \frac{٢٠ \div ٤}{٤٠ \div ٤} = \frac{٥}{١٠}$

∴ الأعداد $\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧٥}{١٥٠}$ ، $\frac{٢٠}{٤٠}$ تعبر عن العدد النسبى $\frac{٥}{١٠}$

مثال ٦ بين أى الأعداد النسبية الآتية موجباً وأيها سالباً حيث س ≠ صفر :

① $\frac{٢}{٥}$ ② $\frac{-٦}{٧}$ ③ $\frac{-٨}{-٩}$ ④ $-\frac{٤}{٥}$

⑤ $\frac{٠}{-١٥}$ ⑥ -٨ ⑦ $\frac{٤س}{س}$ ⑧ $\frac{-٢س}{-٣س}$




الحل

① $\frac{2}{5}$ عدد نسبي موجب لأن $2 \times 5 = 10 > 0$

② $\frac{-6}{7}$ عدد نسبي سالب لأن $-6 \times 7 = -42 < 0$

③ $\frac{-8}{-9}$ عدد نسبي موجب لأن $-8 \times -9 = 72 > 0$

④ $-\frac{4}{5}$ عدد نسبي سالب لأن $-4 \times 5 = -20 < 0$

⑤ $\frac{0}{-15}$ ليس سالب وليس موجب لأن $\frac{0}{-15}$ = صفر

⑥ $-8 = \frac{-8}{1}$ عدد نسبي سالب لأن $-8 \times 1 = -8 < 0$

⑦ $\frac{4س}{س}$ عدد نسبي موجب لأن $\frac{4س}{س} = 4 > 0$

⑧ $\frac{-2س}{-3س}$ عدد نسبي موجب لأن $\frac{-2س}{-3س} = \frac{2}{3}$ ، $2 \times 3 = 6 > 0$

لاحظ أن
العلامة > 0 معناها موجب
والعلامة < 0 معناها سالب
الصفر ليس موجباً وليس سالباً

مثال 7 عين الأعداد المتساوية من بين الأعداد النسبية الآتية :

$\frac{20}{-50}$ ، $-\frac{6}{15}$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{-14}{35}$

الحل

$\frac{20}{-50} = \frac{20 \div 10}{-50 \div 10} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$

$-\frac{6}{15} = -\frac{6 \div 3}{15 \div 3} = -\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5}$ هو عدد نسبي في أبسط صورة

$\frac{-14}{35} = \frac{-14 \div 7}{35 \div 7} = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$

∴ الأعداد $\frac{20}{-50}$ ، $-\frac{6}{15}$ ، $\frac{-14}{35}$ متساوية لأنها صور مختلفة للعدد $-\frac{2}{5}$

أما العدد $\frac{2}{5}$ فهو عدد موجب لا يساوي $-\frac{2}{5}$

لاحظ أنه
يفضل أن نضع الأعداد النسبية في أبسط صورة قبل إجراء أي عملية

أمثلة للتدريب

تدريب (1)

في كل مما يأتي أذكر نوع العدد النسبي من حيث كونه موجب أم سالب :

$\frac{2}{5}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{2}{-3}$	$\frac{-1}{-2}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2س^2}{3}$	$\frac{-3}{7}$
موجب	......	......	......	......	......	......

تدريب (2)

في كل مما يأتي حدد العدد الذي يعبر عن عدد صحيح :

$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{10}{5}$	$-\frac{9}{3}$	$\frac{0}{2}$	$\frac{-6}{12}$	$\frac{15}{3}$	$\frac{24}{-6}$
صحيح	......	......	......	......	......	......	......

تدريب (3)

أكمل ما يأتي :

العدد المقابل	$\frac{3}{س - 2}$	$\frac{5}{5 - س}$	$\frac{7}{2س}$	$\frac{س}{2س - 4}$	$\frac{-6}{8 + 2س}$
يكون نسبياً إذا كانت س ≠	......	......	......	......	......

تدريب (4)

أكمل ما يأتي :

العدد النسبي المقابل	$\frac{س - 3}{س + 1}$	$\frac{4 - س}{س}$	$\frac{3س}{س + 5}$	$\frac{3س + 6}{س + 1}$
يساوي صفر إذا كانت س =	......	......	......	......

تمارين (١) على مجموعة الأعداد النسبية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

عزيزى الطالب :

فى هذا المكان من كل تمرين ستجد :

اسئلة لمراجعة ما سبق فى صورة اختبار تراكمى على ما سبق دراسته تجيبه فى نفس الورقة قبل أن تدخل فى الدرس الجديد وهذا يجعلك تتذكر ما درست باستمرار ولا تنساه و يجعلك فى مراجعة مستمرة لدروسك السابقة مما يجعلك فى تواصل مع ما درست و أيضاً يعودك على الأختبارات و يزيل رهبتها فى نفسك وهذه الميزة يقدمها لك كتاب الماهر فقط

ثانياً : اجب عما يأتى :



مسائل المستوى الأول

(١) بين أياً مما يأتى عدداً نسبياً وأيها غير نسبياً :

$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٧}$ ، $\frac{٨}{٢}$ ، $٣\frac{١}{٥}$ ، ٠,٦ ، $\frac{\text{صفر}}{٥}$ ، ٧ ، $\frac{٣}{\text{صفر}}$ ، $\frac{٤}{ب}$ حيث ب ∈ ص~*

(٢) بين أى الأعداد الآتية موجباً وأيها سالباً حيث أ ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ ، س ≠ ٠ :

① $\frac{٢}{٣}$ ② $\frac{-٥}{-٩}$ ③ $-\frac{أ٤}{أ٥}$ ④ ٧ ⑤ $\frac{-٧٤}{-٣٥}$

⑥ $\frac{\text{صفر}}{٥}$ ⑦ $\frac{٧}{-٩}$ ⑧ $\frac{٢٢}{٣٧}$ ⑨ $\frac{٨س^٢}{-١٥}$ ⑩ $\frac{-٢٥س^٢ص}{-٢٨ص}$

(٣) أكمل ما يأتى :

① الأعداد .... ، .... ، .... تعبر عن نفس العدد $\frac{٣}{٥}$

② العدد $١\frac{١}{٤}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$



③ ابسط صورة للعدد النسبى $\frac{٤س}{-٦س}$ هى .... حيث س ≠ صفر

④ ابسط صورة للعدد النسبى $\frac{-٣٦أب}{-٥٤أ}$ هى .... حيث أ ≠ صفر

⑤ العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكون سالباً إذا كان ....

⑥ العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان ....

⑦ العدد $\frac{٥}{س}$ عدد نسبى إذا كانت س ≠ ....

⑧ العدد $\frac{٣}{س-١}$ عدد نسبى إذا كانت س ∋ ....

⑨ العدد النسبى $\frac{٤}{س}$ يكون عدد صحيح موجب عندما س = ... ، ...... ، ......

⑩ أصغر عدد نسبى غير سالب هو ....

مسائل المستوى الثانى

(٤) أوجد قيمة ب التى تجعل الأعداد الآتية لا تعبر عن أعداد نسبية :

① $\frac{٢}{ب}$ ② $\frac{٢}{ب-٣}$ ③ $\frac{٥}{ب+٧}$ ④ $\frac{٤}{ب-٩}$

⑤ $\frac{س}{ب-٢}$ ⑥ $\frac{٣}{ب-٥}$ ⑦ $\frac{٥}{ب+٤}$ ⑧ $\frac{١٦}{ب-٤}$

(٥) اكتب الشرط اللازم لكى تكون الأعداد الآتية نسبية :

① $\frac{٣}{س}$ ② $\frac{٣}{س-٤}$ ③ $\frac{٧}{س+٥}$ ④ $\frac{٥}{٤+س}$

⑤ $\frac{٣}{س-١}$ ⑥ $\frac{أ}{س+٧}$ ⑦ $\frac{٦}{س-٤}$ ⑧ $\frac{٢}{٣س}$

(٦) أوجد قيمة س التى تجعل العدد النسبى مساوياً للصفر فيما يلى :

① $\frac{س-٣}{س+١}$ ② $\frac{س+٢}{س-٢}$ ③ $\frac{٤-س}{س}$ ④ $\frac{٥+س}{س+٧}$

⑤ $\frac{٢س-٤}{س-١}$ ⑥ $\frac{٦-٣س}{س+٤}$ ⑦ $\frac{س}{س+٥}$ ⑧ $\frac{٢س}{س-٣}$



⑦ اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

(١) العدد $\frac{١}{٢}$ عدد .... [طبيعى أ، صحيح أ، نسبى أ، غير ذلك]

(٢) الصفر هو عنصر من عناصر مجموعة ....
[أعداد العد أ، الأعداد الصحيحة السالبة أ، الأعداد النسبية أ، الأعداد الصحيحة الموجبة]

(٣) العدد $\frac{٦}{س-٥}$ لا يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س = ...
[٦ أ، ٥ أ، −٥ أ، صفر]

(٤) إذا كان $\frac{٦}{س-٥}$ عدد نسبى فإن س ≠ ....
[٦ أ، ٥ أ، −٥ أ، صفر]

(٥) العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكون موجباً إذا كان ....
[أب < ٠ أ، أب > ٠ أ، أ + ب = ٠ أ، أ > ب]

(٦) العدد النسبى $\frac{٥أ}{-١٠أ}$ فى أبسط صورة هو ....
[$\frac{-٢}{أ}$ أ، $\frac{أ}{-٢أ}$ أ، $\frac{-أ}{٥أ}$ أ، $\frac{-١}{٢}$]

(٧) العدد $\frac{س-٢}{س-٤}$ لا يكون نسبياً إذا كانت س = ...
[٢ أ، −٢ أ، ٤ أ، −٤]

(٨) أبسط صورة للعدد النسبى $\frac{١٥+٥}{-٣٠+٥}$ هى ....
[$\frac{١٥}{-٣٠}$ أ، $\frac{٢٠}{-٢٥}$ أ، $\frac{٤}{-٥}$ أ، $-\frac{٤}{٥}$]

(٩) الأعداد $٢\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-٢١}{-٩}$ ، $\frac{٣٥}{١٥}$ تعبر عن ....
[أعداد مرتبة تصاعدياً أ، أعداد مرتبة تنازلياً أ، عدد نسبى واحد أ، أعداد نسبية مختلفة]

(١٠) الصفر عدداً نسبياً ....
[موجباً أ، سالباً أ، ليس موجباً وليس سالباً أ، موجباً وسالباً أحياناً]

(١١) العدد $\frac{٢}{س-٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ∈ ....
[{٠} أ، {٣} أ، ص − {٣} أ، {−٣}]

(١٢) العدد النسبى $\frac{س-٣}{س+٣}$ = صفر إذا كانت س = ...
[٠ أ، ٣ أ، −٣ أ، عدد صحيح ≠ −٣]

(١٣) العدد $\frac{س+٤}{س}$ = صفر إذا كانت س = ...
[٠ أ، ٤ أ، −٤ أ، ١]

(١٤) ط ∪ ص ∪ ه = ... [ط أ، ص أ، ه أ، ص+]

⑧ بين أى الأعداد الآتية يعبر عن عدد صحيح حيث أ ≠ ٠ ، ب ≠ ٠ :

(١) $\frac{٦}{٣}$ (٢) $\frac{١٣}{٣}$ (٣) $\frac{-١٠}{٥}$ (٤) $\frac{١٢}{٢٤}$ (٥) $\frac{-١٦}{١٦}$ (٦) $\frac{٤٢}{-٧}$

(٧) $\frac{٠}{٥}$ (٨) $\frac{٣أ}{٦أ}$ (٩) $\frac{-٣٦}{٩}$ (١٠) $\frac{٩٠}{١٥}$ (١١) $\frac{٣٥}{٨}$ (١٢) $\frac{٤٨ب}{٣٢ب}$

⑨ أكتب أربعة أعداد نسبية تعبر عن نفس العدد لكل من الأعداد النسبية الآتية :

(١) $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{٢}{٣}$ (٣) $\frac{٣}{٤}$ (٤) $\frac{٢}{٥}$ (٥) $\frac{-٤}{٥}$

(٦) $١\frac{١}{٥}$ (٧) $-٣\frac{١}{٣}$ (٨) $\frac{١٢}{٢٤}$ (٩) $\frac{٧٢}{١٠٨}$ (١٠) $\frac{٤٨أ}{٣٦أ}$ حيث أ ≠ صفر

⑩ أكتب كلاً من الأعداد النسبية الآتية فى أبسط صورة حيث أ ، ب ، س ، ص ≠ ٠

(١) $\frac{٦}{٨}$ (٢) $\frac{١٢}{-١٨}$ (٣) $\frac{٢٠}{٣٠}$ (٤) $\frac{-٢١}{-٣٥}$

(٥) $\frac{-٢٤}{-٤٠}$ (٦) $\frac{٨١}{١٠٨}$ (٧) $\frac{١٣٦}{٣٤٠}$ (٨) $\frac{٥٠٠}{٦٢٥}$

(٩) $\frac{-٧٤+٢}{-٨٦+٢}$ (١٠) $\frac{١٢س^٢}{-٢٤س^٢}$ (١١) $\frac{٥أ^٢ب}{١٥أب^٢}$ (١٢) $\frac{٦س^٢ص^٣}{٩س^٣ص}$

مسائل المتفوقين

(١١) أوجد العدد النسبى الذى يساوى $\frac{٣}{٥}$ و مجموع حديه ٢٤

(١٢) إذا كانت س ∈ ص+ فأوجد قيم س التى تجعل $\frac{٤}{س-١}$ عدداً صحيحاً

الأشكال المختلفة للعدد النسبى

العدد النسبى يمكن كتابته بعده أشكال مختلفة و سنتعرف عليها فيما يلى :

العدد العشرى المنته

يمكن كتابة أى أعداد نسبية مثل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ كعدد عشرى منته بأن نقسم البسط على المقام بطريقة القسمة المطولة أو بالآلة الحاسبة أو كما يلى :

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٠,٧٥$$

$$\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{١٤}{١٠} = ١,٤$$

النسبة المئوية

يمكن كتابة أعداد نسبية مثل $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ على صورة نسبة مئوية بأن نجعل مقام العدد النسبى ١٠٠ ثم نحولها إلى نسبة مئوية

فمثلاً : $\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥ \%$ (لاحظ أننا ضربنا × ٢٥ لتصبح المقام = ١٠٠)

$$\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{١٤٠}{١٠٠} = ١٤٠ \%$$

العدد العشرى الدائر غير المنته

عند تحويل بعض الكسور الاعتيادية لصورة عشرية نجد أن عمليات القسمة لا تنتهى ويوجد بعض الأرقام تتكرر باستمرار مثل $\frac{١}{٣} = ٠,٣٣٣٣٣٣٣ \; ٣ \rightarrow \infty$

لذلك اصطلح على أن يكتب هذا الكسر على الصورة $٠,\dot{٣}$ وتقرأ ٠,٣ دائر و قد اصطلح على وضع نقطة فوق الرقم الدائر الأول و نقطة على الرقم الدائر الأخير ومعنى ذلك أن الرقمين الذين عليهما النقطتين وما بينهما دائر مثل

$\frac{٨}{٤٥} = ٠,١٧٧٧٧٧٧٧...... = ٠,١\dot{٧}$ ، $\frac{٢}{١١} = ٠,١٨١٨١٨١٨...... = ٠,\dot{١}\dot{٨}$

$\frac{٥٨}{١١١} = ٠,٥٢٢٥٢٢٥٢٢...... = ٠,\dot{٥}٢\dot{٢}$ وبالعكس فإن $٠,\dot{٥}٢\dot{٢}$ تكتب على الحاسبة ٠,٥٢٢٥٢٢٥٢٢...... ثم نضغط على [=] فيكون الناتج $\frac{٥٨}{١١١}$

أمثلة توضيحية

مثال ١ أكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية :

① $\frac{١}{٢}$ ② $\frac{٣}{٥}$ ③ $\frac{-٧}{٢٠}$ ④ $٢\frac{٣}{٢٥}$

الحل

نضرب البسط و المقام فى عدد ثابت بحيث نجعل المقام ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ......

① $\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٥}{١٠} = ٠,٥$

② $\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$

③ $\frac{-٧}{٢٠} = \frac{-٧ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{-٣٥}{١٠٠} = -٠,٣٥$

④ $٢\frac{٣}{٢٥} = ٢\frac{٣ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = ٢\frac{١٢}{١٠٠} = ٢,١٢$

مثال ٢ أكتب الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{١}{٢}$ ② $\frac{٥}{٤}$ ③ $\left|-\frac{٦}{٢٥}\right|$

الحل

① $\frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٥٠}{٢ \times ٥٠} = \frac{٥٠}{١٠٠} = ٥٠\%$

② $\frac{٥}{٤} = \frac{٥ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{١٢٥}{١٠٠} = ١٢٥\%$

③ $\left|-\frac{٦}{٢٥}\right| = \frac{٦ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٢٤}{١٠٠} = ٢٤\%$

مثال ٣ اكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية و نسبة مئوية :

① $\left|-\frac{3}{16}\right|$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $8\frac{2}{3}$

الحل

① $\left|-\frac{3}{16}\right| = \frac{3}{16} = 0{,}1875$ (وهذه هي الصورة العشرية)

ولتحويل العدد إلى نسبة مئوية نجعل المقام ١٠٠

وذلك بضرب البسط و المقام × ١٠٠

$\frac{0{,}1875 \times 100}{100} = \frac{18{,}75}{100} = 18{,}75\,\%$ (وهذه هي النسبة المئوية)

② $\frac{2}{3} = 0{,}666666 \simeq 0{,}667$

$\frac{0{,}667 \times 100}{100} = \frac{66{,}7}{100} = 66{,}7\,\%$

③ $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3} = 8{,}66666 \simeq 8{,}667$

$\frac{8{,}667 \times 100}{100} = \frac{866{,}7}{100} = 866{,}7\,\%$

مثال ٤ اكتب ما يأتي في صورة $\frac{أ}{ب}$:

① $0{,}3$ ② $0{,}65$ ③ $40\,\%$ ④ $\left|-5\frac{1}{2}\right|$ ⑤ $0{,}0\dot{3}\dot{6}$

الحل

① $0{,}3 = \frac{3}{10}$

② $0{,}65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$

③ $40\,\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

④ $\left|-5\frac{1}{2}\right| = 5\frac{1}{2} = \frac{2 \times 5 + 1}{2} = \frac{11}{2}$

⑤ ندخل العدد $0{,}0\dot{3}\dot{6}$ بالآلة الحاسبة على الصورة .... $0{,}036036036036$

ونكرر العدد ٣٦ عدة مرات حتى آخر الشاشة (نكرر العدد الموجود أسفل النقط من النقطة الأولى إلى النقطة الثانية) ثم نضغط على [=] فنحصل على العدد النسبي $\frac{4}{111}$

أى أن $0{,}0\dot{3}\dot{6} = \frac{4}{111}$



ملاحظة

يمكن كتابة العدد العشرى فى صورة $\frac{أ}{ب}$ باستخدام الآلة الحاسبة

(الآلة الحاسبة الحديثة fx 82 أو fx 500) كما يلى :

فمثلاً : لكتابة العدد ٠،٣ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ندخل العدد ٠،٣ على الآلة الحاسبة ثم نضغط على زر [=] و سوف نحصل على العدد النسبى $\frac{3}{10}$ كما يلى :

[0] [.] [3] [=] $\frac{3}{10}$

و لكتابة العدد ٠،٦٥ على صورة $\frac{أ}{ب}$ ندخل العدد على الآلة الحاسبة ثم نضغط على زر [=] سوف نحصل على العدد النسبى $\frac{13}{20}$ كما يلى :

[0] [.] [6] [5] [=] $\frac{13}{20}$

و هكذا

(لاحظ أن الآلة الحاسبة تكون على نظام Math ويمكن تحويلها عن طريق [Shift] [MODE] [1])

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتى ليكون الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية :

① $\frac{2}{5} = \frac{2 \times ....}{5 \times ....} = \frac{....}{....} = ...$

② $\frac{3}{25} = \frac{.... \times ....}{.... \times ....} = ... = ...$

تدريب (٢)

أكمل ما يأتى لتكون الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

① $\frac{4}{5} = \frac{4 \times ....}{5 \times ....} = ... = ...$

② $\frac{9}{20} = \frac{9 \times ....}{20 \times ....} = ... = ...$

تمارين (٢) على الأشكال المختلفة للعدد النسبي

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة — ١٠

اختبار تراكمي (١)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

① العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون سالباً إذا كان ....

[أ ب > ٠ أو أ ب < ٠ أو أ ب = ٠ أو أ = ب]

② العدد النسبي $\frac{٥}{س - ٣}$ يكون نسبياً إذا كان ....

[س = ٠ أو س = ٣ أو س = ٥ أو س ≠ ٣]

③ العدد $\frac{١}{٢}$ عدد ....

[طبيعي أو صحيح أو نسبي أو غير نسبي]

④ الصفر عدد نسبي ....

[موجب أو سالب أو ليس موجب وليس سالب أو غير ذلك]

٤ درجات

(ب) ① إذا كان العدد النسبي $\frac{س - ٢}{س + ٥}$ = صفر فأوجد قيمة س

....

....

② اكتب العدد $\frac{١٨}{-٢٧}$ في أبسط صورة

....

....

٣ درجات

(جـ) ① اكتب أربعة أعداد نسبية تعبر عن العدد $\frac{٢}{٣}$

....

....

② اكتب الشرط اللازم لكي يكون العدد $\frac{س}{س + ٣}$ نسبياً

....

٣

ثانياً : أجب عما يأتي :



مسائل المستوى الأول

٢ اكتب في صورة عدد عشري كل مما يأتي :

① $\frac{١}{٥}$ ② $\frac{٣}{٥}$ ③ $\frac{٢}{٥}$ ④ $\frac{٤}{٥}$

⑤ $\frac{١}{٢}$ ⑥ $\frac{١}{٤}$ ⑦ $\frac{٣}{٢٠}$ ⑧ $\frac{٧}{٢٠}$

٣ اكتب الأعداد الآتية في صورة نسبة مئوية :

① $\frac{٤}{٥٠}$ ② $\frac{٣}{٥٠}$ ③ $\frac{١١}{٥٠}$ ④ $\frac{٧}{٥٠}$

⑤ $\frac{١}{٢٥}$ ⑥ $\frac{٢}{٢٥}$ ⑦ $\frac{٦}{٢٥}$ ⑧ $\frac{٣}{٢٥}$

٤ أكمل ما يأتي :

① العدد ٠,٢ مكتوب على صورة عشرية بينما العدد ٢٠٪ مكتوب على صورة ....

② العدد ٠,٥̇ مكتوب على صورة ....

③ يمكن كتابة العدد النسبي كعدد .... أو كعدد .... أو على صورة ....

④ لكتابة العدد النسبي على صورة نسبة مئوية فإننا نضرب × ....

⑤ وضع نقطة فوق الرقم العشري معناه أن العدد ....

⑥ العدد ٠,٣٣٣٣٣٣٣٣٣٣٣ يكتب على الصورة .... و يقرأ ....

⑦ | - ٠,٢٨ | على صورة نسبة مئوية هو ....

مسائل المستوى الثاني

٥ اكتب العدد النسبي على صورة عدد عشري في كل مما يأتي :

① $\frac{٣}{٢}$ ② $\frac{٧}{٢}$ ③ $٢\frac{١}{٢}$ ④ $\frac{١٢}{٥}$

⑤ $\frac{٦}{٢٥}$ ⑥ $\frac{٧}{٥٠}$ ⑦ $\frac{٣}{٤}$ ⑧ $\frac{-٣}{٤}$

⑨ $\frac{٨}{٢٠}$ ⑩ $-\frac{٩}{٢٥}$ ⑪ $\frac{٣}{٨}$ ⑫ $-٢\frac{٣}{٥}$

(٦) اكتب الأعداد الآتية على صورة نسبة مئوية :

(١) $٢\frac{١}{٢}$ [٪٢٥٠] (٢) $٢\frac{٢}{٥}$ [٪٢٤٠] (٣) $\frac{٣}{١٠}$ [٪٣٠]

(٤) $\frac{١}{٤}$ [٪٢٥] (٥) $\frac{٩}{٢٥}$ [٪٣٦] (٦) $\frac{٨}{٢٥}$ [٪٣٢]

(٧) $\frac{-٣}{٢٠}$ [-٪١٥] (٨) $\frac{١٣}{٥٠}$ [٪٢٦] (٩) $\frac{٤}{٥}$ [٪٨٠]

(١٠) $٥\frac{١}{٤}$ [٪٥٢٥] (١١) $٢\frac{٧}{١٠}$ [٪٢٧٠] (١٢) ٣,٥ [٪٣٥٠]

(٧) اكتب في صورة نسبة مئوية :

(١) $|-\frac{١}{٥}|$ (٢) $|\frac{٥}{٨}|$ (٣) $|-٣\frac{١}{٢}|$

(٤) $|-٠,٣|$ (٥) $|-٠,٣٧|$ (٦) $-|\frac{١}{٤}|$

(٨) اكتب الأعداد الآتية على الصورة $\frac{أ}{ب}$:

(١) ٠,٤ $[\frac{٢}{٥}]$ (٢) صفر $[\frac{صفر}{١}]$ (٣) -٠,٠١ $[\frac{-١}{١٠٠}]$

(٤) ٠,٧٥ $[\frac{٣}{٤}]$ (٥) $٣\frac{٣}{٤}$ $[\frac{١٥}{٤}]$ (٦) $٨\frac{٢}{٣}$ $[\frac{٢٦}{٣}]$

(٧) ٠,٠٠١ $[\frac{١}{١٠٠٠}]$ (٨) -٧ $[\frac{-٧}{١}]$ (٩) ١,٢٥ $[\frac{٥}{٤}]$

(١٠) ٪٣٠ $[\frac{٣}{١٠}]$ (١١) ٪٤٥ $[\frac{٩}{٢٠}]$ (١٢) $-٦\frac{٨}{٩}$ $[\frac{-٦٢}{٩}]$

(١٣) $٠,\dot{٥}$ $[\frac{٥}{٩}]$ (١٤) $٠,\dot{١}\dot{٥}$ $[\frac{٥}{٣٣}]$ (١٥) $-١,\dot{١}\dot{٨}$ $[\frac{-١٣}{١١}]$

(١٦) $-٠,٣١\dot{٦}$ $[\frac{-١٩}{٦٠}]$ (١٧) $٠,٠\dot{٤}\dot{٥}$ $[\frac{١}{٢٢}]$ (١٨) $٠,\dot{٢}٨\dot{٥}$ $[\frac{٩٥}{٣٣٣}]$

(٩) اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس :

(١) العدد ٠,٣ على صورة نسبة مئوية هو ....

[$\frac{٣}{١٠}$ أو ٪٣٠ أو $٠,\dot{٣}$ أو $\frac{١}{٣}$]

(٢) العدد ٠,٢٥ على صورة $\frac{أ}{ب}$ هو ....

[$\frac{١}{٤}$ أو $\frac{٢}{٥}$ أو $\frac{٢٥}{١٠}$ أو غير ذلك]

(٣) $|-\frac{١}{٢}|$ في صورة نسبة مئوية هو ....

[٪٥٠ أو ٪٥ أو ٪٢ أو -٪٥٠]

(٤) $|-٠,٢|$ في صورة نسبة مئوية هو ....

[٠,٢ أو -٠,٢ أو ٪٢٠ أو -٪٢٠]

(٥) العدد $\frac{٣}{٢٠}$ في صورة عدد عشري هو ....

[٠,٦ أو ٪٣٠ أو ٠,١٥ أو ٦,٦]

(٦) العدد ١,٥ في صورة $\frac{أ}{ب}$ هو ....

[٠,١٥ أو $\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{١٥}{٢}$]

(٧) العدد $\frac{٣}{٢٥}$ في صورة نسبة مئوية هو ....

[٠,٠٩ أو ٠,١٢ أو ٪١٢ أو ٪٩]

(٨) العدد النسبي .... يكتب على صورة عدد عشري منته

[$\frac{٧}{١٥}$ أو $\frac{٧}{٢٠}$ أو $\frac{١}{٣}$ أو $\frac{١}{٦}$]

(١٠) أي الأعداد الآتية يكتب في صورة عدد عشري منته ؟

(١) $\frac{٧}{١٥}$ (٢) $\frac{٧}{٢٠}$ (٣) $٢\frac{٢}{٣}$ (٤) $|-٠,٢|$ (٥) $|-\frac{١}{٣}|$

(١١) اكتب الأعداد الآتية على صورة أعداد عشرية ، نسبة مئوية :

(١) $٢\frac{١}{٤}$ (٢) $-\frac{٧}{٢٠}$ (٣) $\frac{٧}{٢٥}$

(٤) $\frac{٦}{١٠}$ (٥) $\frac{١}{٦}$ (٦) $\frac{-٣}{١١}$

(٧) $\frac{١٦}{٣}$ (٨) $١\frac{٢}{٣}$ (٩) $-٣\frac{١}{١٥}$

مسائل المتفوقين

(١٢) اكتب ما يأتي على صورة عدد عشري ، نسبة مئوية :

(١) $٧\frac{٣}{١٦}$ (٢) $\frac{-٦}{٧}$

مقارنة وترتيب الأعداد النسبية

تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

يمكننا تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد مع ملاحظة ما يأتى:

- كل عدد نسبى تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد
- الأعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعاً نقطة واحدة على خط الأعداد
- قبل تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد يجب وضعه فى أبسط صورة

وسوف نوضح كيفية تمثيل العدد النسبى على خط الأعداد من خلال الأمثلة

المقارنة بين عددين نسبيين

للمقارنة بين عددين نسبيين لهما نفس المقام الموجب فإننا نقارن بين بسطيهما فالعدد الذى بسطه أكبر يكون هو العدد الأكبر

فمثلاً:

فى العددين $\frac{2}{9}$ ، $\frac{5}{9}$ نلاحظ أن $\frac{5}{9} > \frac{2}{9}$ لأن بسط الأول وهو ٥ أكبر من بسط الثانى وهو ٢ وفى العددين $\frac{-1}{4}$ ، $\frac{-3}{4}$ نلاحظ أن $\frac{-1}{4} > \frac{-3}{4}$ لأن $-1 > -3$

للمقارنة بين عددين نسبيين أو أكثر مختلفى المقام يلزم توحيد مقاماتها أولاً ثم نقارن بين بسوطها

فمثلاً:

للمقارنة بين العددين $\frac{3}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ فإنه يلزم توحيد مقامها أولاً ثم نقارن بينهما و نلاحظ أن $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ ومن ذلك نجد أن $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ لأن $9 > 8$ أى أن $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$

و يمكن تلخيص طريقة توحيد مقامات عدة أعداد نسبية كما يلى:

لتوحيد مقامات عدة أعداد نسبية نتبع الآتى:

(١) نضع كل عدد نسبى فى أبسط صورة

(٢) نجعل المقام المشترك لهذه الأعداد هو المضاعف المشترك الأصغر (م . م . أ) لمقامات تلك الأعداد النسبية



- بين أى عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية وتسمى هذه الخاصية **بكثافة الأعداد النسبية**

فمثلاً: العددين $\frac{1}{9}$ ، $\frac{8}{9}$ يوجد بينهما عدة أعداد نسبية مثل $\frac{2}{9}$ ، $\frac{3}{9}$ ، $\frac{7}{9}$

و إذا وجدنا صور أخرى لنفس العددين مثل $\frac{10}{90}$ ، $\frac{80}{90}$

نلاحظ أن بينهما عدد كبير من الأعداد مثل $\frac{11}{90}$ ، $\frac{12}{90}$ ، $\frac{13}{90}$ ، ......

و إذا وجدنا صور أخرى لنفس العددين مثل $\frac{100}{900}$ ، $\frac{800}{900}$

نجد أن عدد الأعداد المحصورة بينهما أكبر من الصور السابقة

و بنفس الطريقة نلاحظ أنه يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية بين أى عددين

- بين أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد أى عدد صحيح

فمثلاً: العددين ٢ ، ٣ لا يوجد بينهما أعداد صحيحة و كذلك ٤ ، ٥

و أى عددين صحيحين متتاليين لا يوجد بينهما أى عدد صحيح



أمثلة توضيحية

(١) مثل العدد النسبي $\frac{3}{4}$ على خط الأعداد

الحل

∵ العدد $\frac{3}{4}$ يقع بين العددين الصحيحين ٠ ، ١

∴ النقطة التي تمثل العدد $\frac{3}{4}$ تقع بين النقطتين ٠ ، ١ على خط الأعداد

∴ نرسم خط الأعداد ونقسم المسافة بين النقطتين ٠ ، ١ إلى ٤ أجزاء متساوية في الطول

$\frac{0}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{4}$

-١ ، ٠ ، ١

نجد النقطة $\frac{3}{4}$ تقع بين $\frac{2}{4}$ ، $\frac{4}{4}$ وهي تمثل العدد $\frac{3}{4}$

حل آخر

(١) نرسم خط الأعداد

-٦ ، -٥ ، -٤ ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

(٢) نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هي ٤ كما بالشكل التالي :

$\frac{-6}{4}$ ، $\frac{-5}{4}$ ، $\frac{-4}{4}$ ، $\frac{-3}{4}$ ، $\frac{-2}{4}$ ، $\frac{-1}{4}$ ، $\frac{0}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ (أ) ، $\frac{4}{4}$ ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{6}{4}$

نجد النقطة أ تقع بين $\frac{2}{4}$ ، $\frac{4}{4}$ وهي تمثل العدد $\frac{3}{4}$

لاحظ أن : $\frac{0}{4}$ = صفر ، $\frac{4}{4}$ = ١

مثال :

العددان النسبيان $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-3}{4}$ تمثلهما على خط الأعداد نقطتان على بعدين متساويين من النقطة التي تمثل العدد صفر وفي جهتين مختلفتين منها لذلك فإن العدد النسبي $\frac{-3}{4}$ هو العدد النسبي المقابل ...

(٢) مثل على خط الأعداد كلاً من الأعداد التالية :

(١) $\frac{2}{5}$ (٢) $\frac{15}{18}$ (٣) $1\frac{1}{3}$

الحل

(١) نرسم خط الأعداد

-٥ ، -٤ ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هي ٥ كما بالشكل التالي :

$\frac{-5}{5}$ ، $\frac{-4}{5}$ ، $\frac{-3}{5}$ ، $\frac{-2}{5}$ ، $\frac{-1}{5}$ ، $\frac{0}{5}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ (أ) ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{5}$ ، $\frac{6}{5}$

نجد أن نقطة أ تمثل العدد $\frac{2}{5}$ على خط الأعداد وتقع بين $\frac{1}{5}$ ، $\frac{3}{5}$

(٢) نضع العدد النسبي $\frac{15}{18}$ في أبسط صورة

$$\therefore \frac{15}{18} = \frac{15 \div 3}{18 \div 3} = \frac{5}{6}$$

نلاحظ أن العدد أصبح في صورة يسهل تمثيلها على خط الأعداد بنفس الطريقة السابقة بأن نرسم خط الأعداد ونجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هي ٦ كما يلي :

$\frac{-3}{6}$ ، $\frac{-2}{6}$ ، $\frac{-1}{6}$ ، $\frac{0}{6}$ ، $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{6}$ ، $\frac{3}{6}$ ، $\frac{4}{6}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{6}{6}$ ، $\frac{7}{6}$ ، $\frac{8}{6}$

نجد العدد النسبي $\frac{5}{6}$ تم تمثيله بكل سهولة وبنفس الطريقة يمكن تمثيل أي عدد نسبي بعد أن نضعه في أبسط صورة

- نضع العدد النسبي $١\frac{١}{٣}$ في أبسط صورة

$∴ ١\frac{١}{٣} = \frac{٣ \times ١ + ١}{٣} = \frac{٤}{٣}$

بالمثل يمكن تمثيل العدد $\frac{٤}{٣}$ على خط الأعداد بأن نجعل مقامات الأعداد الموجودة على خط الأعداد هي ٣ كما يلي :

$\frac{-٣}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{٠}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٣}$ ، أ $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٦}{٣}$ ، $\frac{٧}{٣}$ ، $\frac{٨}{٣}$ ، $\frac{٩}{٣}$

نقطة أ تمثل العدد $\frac{٤}{٣}$ على خط الأعداد و تقع بين $\frac{٣}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣}$

لاحظ أن :

$\frac{٠}{٣} = ٠$ ، $\frac{٣}{٣} = ١$ ، $\frac{٦}{٣} = ٢$ ، $\frac{٩}{٣} = ٣$

وهي الأعداد الصحيحة على خط الأعداد

مثال ٣ مثل الأعداد النسبية ٢ ، صفر ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣ على خط الأعداد ثم رتبها تصاعدياً مرة و تنازلياً مرة أخرى

الحل

لتمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد يفضل أن تكون لها نفس المقام وهو ٢

∴ الأعداد ٢ ، صفر ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣ تصبح على الصورة $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{صفر}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{-٦}{٢}$

تصاعدي: (-٣) (-٢) (-١) (٠) (١) (٢) (٣)

تنازلي: $\frac{-٦}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{-٤}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{-٢}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{٠}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$

لاحظ أن الأعداد تكون أكبر كلما اتجهنا جهة اليمين وتكون أقل كلما اتجهنا لليسار

∴ الترتيب التصاعدي هو -٣ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢

الترتيب التنازلي هو ٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، صفر ، $\frac{-٥}{٢}$ ، -٣

مثال ٤ أيهما أكبر $\frac{٢}{٣}$ أم $\frac{٣}{٤}$

الحل

نتأكد من أن العددين في أبسط صورة ثم نوحد مقاميهما أولاً

∵ م.م.أ للمقامين هو ١٢

$∴ \frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} = \frac{٨}{١٢}$

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣} = \frac{٩}{١٢}$

$∵ \frac{٨}{١٢} < \frac{٩}{١٢}$ $∴ \frac{٢}{٣} < \frac{٣}{٤}$

لاحظ أن : للمقارنة بين عددين نسبيين يلزم أولاً توحيد مقاميهما مع جعلهما موجبين ثم نقارن بين البسطين الناتجين

مثال ٥ أيهما أكبر في كل مما يأتي :

(١) $٢\frac{١}{٢}$ أم ٢,٦ (٢) $-\frac{٤}{٧}$ أم $-\frac{٣}{٥}$

الحل

(١) نضع العددين في أبسط صورة

$٢\frac{١}{٢} = \frac{٥}{٢}$ ، $٢,٦ = \frac{٢٦}{١٠}$

ثم نوحد مقاميهما حيث م.م.أ للمقامين هو ١٠

$∵ \frac{٥}{٢} = \frac{٥ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٢٥}{١٠}$

$∴ \frac{٢٥}{١٠} < \frac{٢٦}{١٠}$ $∴ ٢\frac{١}{٢} < ٢,٦$

(٢) ∵ م.م.أ للمقامين ٧ ، ٥ هو ٣٥

$∴ -\frac{٤}{٧} = \frac{-٤ \times ٥}{٧ \times ٥} = \frac{-٢٠}{٣٥}$ ، $\frac{-٣}{٥} = \frac{-٣ \times ٧}{٥ \times ٧} = \frac{-٢١}{٣٥}$

$∵ \frac{-٢١}{٣٥} < \frac{-٢٠}{٣٥}$ $∴ -\frac{٣}{٥} < -\frac{٤}{٧}$

مثال ٦ رتب الأعداد التالية ترتيباً تصاعدياً : $\frac{١٥}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٢}{٣}$

الحل

نضع العدد $\frac{١٥}{٢٠}$ فى أبسط صورة $\therefore \frac{١٥}{٢٠} = \frac{٣}{٤}$

نوحد مقامات جميع الأعداد (م٠م٠أ للمقامات ٤ ، ٢ ، ٣ هو ١٢)

$\therefore$ الأعداد $\frac{١٥}{٢٠}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{٢}{٣}$ تصبح على الصورة $\frac{٩}{١٢}$ ، $\frac{٦}{١٢}$ ، $\frac{٠}{١٢}$ ، $\frac{٨}{١٢}$

نرتب هذه الأعداد تبعاً للبسط $\frac{٠}{١٢} < \frac{٦}{١٢} < \frac{٨}{١٢} < \frac{٩}{١٢}$

$\therefore$ الترتيب التصاعدى هو : صفر ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$

مثال ٧ أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

الحل

نوحد مقامات كل من $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

فيصبح العددان على الصورة $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٦}$

بضرب كل من البسط و المقام $\times$ ١٠

$\therefore$ يصبح العددين على الصورة $\frac{٣٠}{٦٠}$ ، $\frac{٢٠}{٦٠}$

$\therefore$ الأعداد $\frac{٢١}{٦٠}$ ، $\frac{٢٢}{٦٠}$ ، $\frac{٢٣}{٦٠}$ تقع بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

> **لاحظ أن**
> ليكون الحل أسهل وأسرع نضرب كلاً من بسط ومقام العددين $\times$ ١٠

مثال ٨ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين العددين $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

الحل

نوحد مقامات كل من $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ فيصبح العددان على الصورة $\frac{-٩}{١٥}$ ، $\frac{-١٠}{١٥}$

بضرب كل من البسط والمقام $\times$ ١٠ $\therefore$ يصبح العددان على الصورة $\frac{-٩٠}{١٥٠}$ ، $\frac{-١٠٠}{١٥٠}$

$\therefore$ الأعداد $\frac{-٩١}{١٥٠}$ ، $\frac{-٩٢}{١٥٠}$ ، $\frac{-٩٣}{١٥٠}$ ، ٩٤- ...

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

$\frac{٧}{٣}$ ، ٢ ، $\frac{٥}{٣}$ ، [ ] ، ١ ، [ ] ، $\frac{١}{٣}$ ، ٠ ، [ ] ، $\frac{-٢}{٣}$ ، [ ] ، $\frac{-٤}{٣}$ ، [ ]

ثم **ضع** دائرة حول كل من النقطة التى تمثل العدد $\frac{٥}{٣}$ والنقطة التى تمثل العدد $\frac{-٥}{٣}$

تدريب (٢)

أكمل ما يأتى لترتيب الأعداد $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{٨}$ ترتيباً تصاعدياً :

لترتيب الأعداد نوحد مقامات الأعداد بإيجاد م٠م٠أ للمقامات و هو ....

$\therefore \frac{٥}{٩} = \frac{...\times ٥}{...\times ٩} = \frac{.....}{.....}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{...\times ٢}{...\times ٣} = \frac{.....}{.....}$ ، $\frac{٧}{٨} = \frac{...\times ٧}{...\times ٨} = \frac{.....}{.....}$

$\therefore \frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....}$ اى ان $\frac{٢}{٣} < \frac{.....}{.....} < \frac{.....}{.....}$

$\therefore$ الأعداد مرتبة ترتيباً تصاعدياً هى $\frac{٢}{٣}$ ، ..... ، .....

تدريب (٣)

أكمل باستخدام أحد العلامات الآتية ($<$ أو $>$ أو $=$) لتكون العبارة صحيحة :

(١) $\frac{٣}{٤}$ ...... $\frac{١}{٤}$　　(٢) $\frac{-٣}{٥}$ ...... $\frac{-٢}{٥}$　　(٣) $\frac{١}{٢}$ ...... $\frac{١}{٤}$

(٤) $\frac{٣}{١٥}$ ...... $\frac{٤}{٢٠}$　　(٥) $\frac{-٦}{٩}$ ...... $\frac{-٢}{٦}$　　(٦) $\frac{٣}{٢}$ ...... $\frac{٣}{٥}$

تدريب (٤)

أكمل ما يأتى لإيجاد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$:

نوحد مقامات العددين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ فيصبح العددان على الصورة ..... ، .....

$\therefore$ الأعداد $\frac{.....}{.....}$ ، $\frac{.....}{.....}$ ، $\frac{.....}{.....}$ تقع بين العددين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$

على مقارنة و ترتيب الأعداد النسبية

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

أولاً راجع معلوماتك واختبر نفسك

(أ) أكمل ما يأتي :

١) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان ....

٢) العدد $\frac{٢}{س-٢}$ لا يكون نسبياً إذا كان ....

٣) $|-٢| - |-٥| =$ ....

٤) أبسط صورة للعدد $\frac{-٨س}{-١٢س}$ هي .... حيث س ≠ صفر

٤ درجات

(ب) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) $\frac{س+١}{س-٢}$ تعبر عن عدد نسبي إذا كانت س ≠ .... [صفر ، ١ ، ٢ ، -٢]

٢) العدد النسبي $\frac{س-٣}{س}$ = صفر إذا كانت س = ... [صفر ، ٣ ، -٣ ، ٦]

٣) $\frac{س}{-٢}$ يمثل عدداً نسبياً سالباً إذا كانت س .... [< صفر ، > صفر ، = صفر ، ≤ صفر]

٤) العدد ١٢٪ = ... [١٢ ، ١,٢ ، $\frac{٣}{٢٥}$ ، ٠,٠١٢]

٤ درجات

(جـ) اكتب في صورة نسبة مئوية :

١) $|-١\frac{٢}{٥}|$ ٢) $-|-٢,٢٥|$

....

....

....

٢ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

٢) أكمل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

(١) ٢ ، $\frac{٥}{٣}$ ، .... ، ١ ، $\frac{٢}{٣}$ ، .... ، ٠ ، $\frac{-١}{٣}$ ، .... ، -١ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، .... ، ....

(٢) $\frac{٧}{٤}$ ، .... ، .... ، ١ ، $\frac{٣}{٤}$ ، .... ، $\frac{١}{٤}$ ، ٠ ، .... ، $\frac{-٢}{٤}$ ، .... ، -١ ، ....

(٣) ١ ، .... ، .... ، $\frac{٣}{٦}$ ، .... ، .... ، ٠ ، $\frac{-١}{٦}$ ، .... ، .... ، .... ، $\frac{-٥}{٦}$ ، -١

(٤) ١ ، $\frac{٤}{٥}$ ، .... ، .... ، $\frac{١}{٥}$ ، ٠ ، .... ، $\frac{-٢}{٥}$ ، .... ، .... ، -١ ، .... ، $\frac{-٧}{٥}$

٣) استخدم خط الأعداد في كتابة العدد المقابل للعدد النسبي المكتوب في الجدول

$\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ٠ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{-٢}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{-٤}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{-٦}{٢}$ ، $\frac{-٧}{٢}$

العدد النسبي	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٤}{٢}$	$\frac{-٥}{٢}$	$\frac{٧}{٢}$	$\frac{-٣}{٢}$	$\frac{-٧}{٢}$	$\frac{٢}{٢}$	$\frac{-٦}{٢}$	$\frac{٦}{٢}$
العدد النسبي المقابل	$-\frac{١}{٢}$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

٤) مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد ثم رتب الأعداد تصاعدياً :

(١) ٢ ، -٣ ، صفر ، $-\frac{١}{٢}$

(٢) ٣ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، صفر ، ٤

(٣) $٢\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٤}$ ، ١

(٤) $١\frac{١}{٢}$ ، $-٢\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $٢\frac{١}{٢}$

(٥) مثل على خط الأعداد كلاً من الأعداد النسبية الآتية :

١) $\frac{1}{2}$ ٢) $\frac{4}{3}$ ٣) $\frac{3}{4}$

٤) $-\frac{7}{4}$ ٥) $2\frac{1}{2}$ ٦) $-\frac{1}{3}$

٧) $-\frac{4}{5}$ ٨) $1\frac{1}{5}$ ٩) $0,5$

١٠) $-3\frac{1}{2}$ ١١) $\frac{4}{16}$ ١٢) $\frac{5}{25}$

(٦) وضح أى العددين أصغر فى كل مما يأتى :

(١) $\frac{1}{4}$ أم $\frac{3}{4}$ (٢) $\frac{1}{2}$ أم $\frac{3}{2}$ (٣) $\frac{2}{5}$ أم $\frac{4}{5}$

(٤) $\frac{3}{8}$ أم $\frac{5}{8}$ (٥) $\frac{1}{2}$ أم $\frac{5}{2}$ (٦) $-\frac{5}{9}$ أم $-\frac{7}{9}$

(٧) رتب الأعداد النسبية الآتية تصاعدياً :

(١) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{4}$ (٢) $\frac{2}{5}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{4}{5}$

(٣) $\frac{4}{8}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{2}{8}$ (٤) $\frac{5}{7}$ ، $\frac{2}{7}$ ، $\frac{1}{7}$ ، $\frac{4}{7}$

(٥) $\frac{7}{9}$ ، $\frac{3}{9}$ ، $\frac{2}{9}$ ، $\frac{6}{9}$ (٦) $\frac{4}{11}$ ، $-\frac{6}{11}$ ، $-\frac{9}{11}$ ، $-\frac{2}{11}$

(٨) أوجد عددين نسبيين يقعان بين :

(١) $\frac{2}{7}$ ، $\frac{6}{7}$ (٢) $\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ (٣) $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{5}$

مسائل المستوى الثانى

(٩) وضح فى كل مما يأتى أى العددين أكبر :

(١) $\frac{2}{3}$ أم $\frac{5}{7}$ (٢) $\frac{1}{5}$ أم $\frac{1}{6}$ (٣) $-\frac{8}{15}$ أم $-\frac{2}{3}$

(٤) $0,6$ أم $\frac{5}{6}$ (٥) $1\frac{1}{2}$ أم $\frac{4}{3}$ (٦) $1\frac{-1}{5}$ أم $-\frac{8}{4}$

(١٠) ضع العلامة المناسبة من العلامات (< أو = أو >) داخل المربع :

١) $-\frac{1}{2}$ ☐ صفر ٢) صفر ☐ أى عدد نسبى موجب

٣) $-\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{4}$ (٤) صفر ☐ أى عدد نسبى سالب

(٥) $-4\frac{1}{2}$ ☐ -5 (٦) $\left|\frac{-3}{2}\right|$ ☐ $\frac{1}{2}$

(٧) $4\frac{1}{2}$ ☐ 5 (٨) $\left|\frac{15}{-2}\right|$ ☐ $7\frac{1}{2}$

(٩) $\frac{-4}{5}$ ☐ $\frac{-6}{5}$ (١٠) $|14,2|$ ☐ $14,2$

(١١) $\frac{-9}{3}$ ☐ -3 (١٢) $\left|-\frac{5}{4}\right|$ ☐ $|1,\dot{3}|$

(١١) رتب تصاعدياً مرة و تنازلياً مرة أخرى كلاً من الأعداد النسبية الآتية :

(١) $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ (٢) $\frac{1}{3}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{7}{12}$

(٣) $\frac{-5}{6}$ ، $\frac{-7}{8}$ ، $\frac{-3}{4}$ (٤) $\frac{-4}{3}$ ، $\frac{6}{5}$ ، $\frac{-7}{6}$ ، $0,6$

(٥) $\frac{5}{4}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{7}{6}$ ، 3 (٦) $\frac{-2}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{-1}{6}$ ، -1 ، ...

(٧) $\frac{8}{24}$ ، $\frac{21}{35}$ ، $\frac{24}{30}$ (٨) $\frac{163}{184}$ ، $\frac{60}{72}$ ، $\frac{32}{80}$

(١٢) اكتب عدداً نسبياً مكان النقط لتكون العبارة صحيحة :

(١) $\frac{2}{5} < \ldots\ldots < \frac{3}{5}$ (٢) $\frac{1}{8} < \ldots\ldots < \frac{1}{4}$

(٣) $\frac{1}{6} < \ldots\ldots < \frac{1}{4}$ (٤) $\frac{-1}{3} < \ldots\ldots < -\frac{1}{3}$

(٥) $\frac{-2}{7} < \ldots\ldots < \frac{-3}{14}$ (٦) $\frac{-5}{6} < \ldots\ldots < \frac{-7}{9}$

(١٣) أوجد عددين نسبيين يقعان بين :

(١) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ (٢) $\frac{4}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ (٣) $\frac{-1}{4}$ ، $\frac{-7}{24}$

(٤) $\frac{4}{5}$ ، $\frac{5}{6}$ (٥) $\frac{4}{5}$ ، $0,7$ (٦) $\frac{3}{4}$ ، صفر





١٤ أوجد أربعة أعداد نسبية تقع بين :

(١) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ (٢) $\frac{٥}{-١٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$ (٣) $\frac{-٥}{٩}$ ، $\frac{-٣}{٤}$

(٤) $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٥}{٩}$ (٥) $\frac{٢}{٣}$ ، ٠,٦ (٦) $\frac{٥٠}{١٠٠}$ ، $\frac{١٠٠}{٢٠٠}$

---

١٥ أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان $\frac{ب}{٣} < \frac{أ}{٣}$ فإن .... > ....

(٢) إذا كان $\frac{٢}{ب} < \frac{٢}{أ}$ فإن أ .... ب

(٣) إذا كان $\frac{هـ}{٢} < \frac{أ}{٣}$ فإن ٢ أ .... ٣ هـ

(٤) عدد الأعداد النسبية الواقعة بين $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ هو ....

(٥) الأعداد $\frac{-١١}{١٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، -٠,٤ مرتبة ترتيباً ....

(٦) العدد النسبي .... يقع بين العددين النسبيين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$

---

١٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(١) العدد النسبي المقابل للعدد $\frac{١}{٣}$ على خط الأعداد هو ....

[$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$]

(٢) العدد النسبي المقابل للعدد $-\frac{٣}{٤}$ على خط الأعداد هو ....

[$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٤}$]

(٣) بين كل عددين صحيحين متتاليين يوجد ....

[عدد نسبي وحيد ، عدد صحيح واحد ،
عدد لا نهائي من الأعداد النسبية ، عدد لا نهائي من الأعداد الصحيحة]



(٤) أقل عدد نسبي مما يأتي هو ....

[$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٥٠١}{٥٠٠}$ ، $-\frac{٥٠٠}{٥٠١}$]

(٥) العدد $\frac{٥}{٣}$ < ....

[$\frac{١٠}{٣}$ ، $\frac{٢٥}{٩}$ ، $\frac{١٠}{٦}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

(٦) عدد الأعداد الصحيحة الواقعة بين $\frac{٧}{٤}$ ، $\frac{١١}{٨}$ هو ....

[صفر ، ١ ، ٢ ، عدد لا نهائي]



١٧ مثل على خط الأعداد كلاً من :

(١) $\frac{١٠٥}{١٤٠}$ (٢) $-١\frac{٣٩}{١٩٥}$

---

١٨ أوجد عدد الأعداد النسبية التي مقاماتها ٣٥ وتقع بين العددين ١ ، ٢

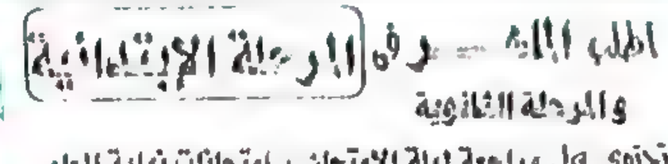
---

١٩ إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن حيث ب = ١٨ فأوجد قيم $\frac{أ}{ب}$ إذا كان $\frac{٥}{٦} > \frac{أ}{ب} > \frac{٢}{٣}$

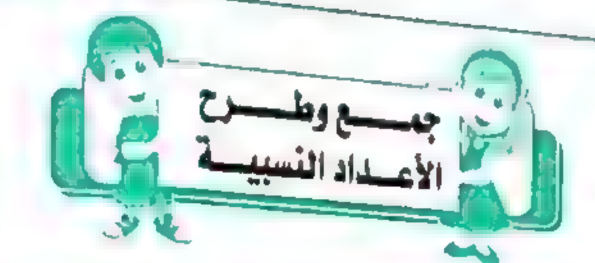
---

٢٠ أوجد مجموعة قيم س حيث س ∈ ط والتي تحقق ما يأتي :

(١) $\frac{١}{٤} < \frac{١}{-س}$ (٢) $\frac{٤}{٣} < \frac{س}{٢}$







جمع الأعداد النسبية

- إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين متحدى المقام فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ب} = \frac{أ + جـ}{ب}$

مثلاً: $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٢ + ١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

- إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين مختلفى المقام فإن $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ د + ب جـ}{ب د}$

مثلاً: $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٢ \times ٢ + ٣ \times ١}{٦} = \frac{٤ + ٣}{٦} = \frac{٧}{٦}$

خواص عملية الجمع فى ن

- **الانغلاق:** أى أن مجموع أى عددين نسبيين هو عدد نسبى

مثلاً: $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٥}{٧} \in$ ن

- **الإبدال:** أى أن مجموع أى عددين نسبيين لا يتغير عند تبديل كل عدد مكان الآخر

مثلاً: $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

- **الدمج:** عند جمع ثلاثة أعداد نسبية يمكن جمع عددين ثم جمع الناتج مع العدد الثالث

مثلاً: $\left(\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧}\right) + \frac{١}{٧} = \frac{٣}{٧} + \left(\frac{٢}{٧} + \frac{١}{٧}\right) = \frac{٦}{٧}$

- **العدد المحايد الجمعى:** العدد المحايد الجمعى فى ن هو الصفر أى أنه عند إضافة الصفر لأى عدد نسبى لا تتغير قيمة هذا العدد

مثلاً: $\frac{٢}{٣} + ٠ = ٠ + \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

- **المعكوس الجمعى:** المعكوس الجمعى لأى عدد نسبى $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{-أ}{ب}$

مثلاً: المعكوس الجمعى للعدد $\frac{١}{٢}$ هو $-\frac{١}{٢}$

ملاحظة: المعكوس الجمعى للعدد صفر هو نفسه (هو صفر)



طرح الأعداد النسبية

- عملية الطرح $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د}$ هى عملية جمع المطروح منه $\left(\frac{أ}{ب}\right)$ مع المعكوس الجمعى للمطروح $\left(\frac{جـ}{د}\right)$ أى أن $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} + \left(\frac{-جـ}{د}\right)$
- عملية الطرح فى ن ليست ابدالية وليست دامجة ولا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية الطرح ولا توجد معكوسات بالنسبة لعملية الطرح

أمثلة توضيحية

مثال ١ استخدم خط الأعداد فى إيجاد ناتج جمع $\frac{-٢}{٥} + \frac{٦}{٥}$

الحل

① نرسم خط الأعداد و نقسم المسافة بين كل عددين صحيحين إلى ٥ وحدات (يكون مقامات الأعداد ٥)

② نبدأ من نقطة الصفر و نتحرك فى الاتجاه السالب لخط الأعداد وحدتين



③ نتحرك من النقطة التى وصلنا إليها مقدار ٦ وحدات فى الاتجاه الموجب

④ النقطة التى نصل إليها هى ناتج الجمع

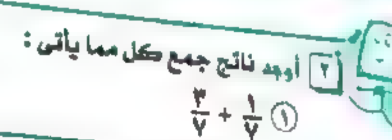
$\therefore \frac{-٢}{٥} + \frac{٦}{٥} = \frac{٤}{٥}$

حل آخر

$\frac{-٥}{٥}$ ، $\frac{-٤}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١}{٥}$ ، $\frac{٠}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٥}$

نبدأ من النقطة $\frac{-٢}{٥}$ (العدد الأول) و نتحرك فى الاتجاه الموجب (لأن العدد الثانى موجب) ٦ وحدات فنصل للعدد $\frac{٤}{٥}$





مثال ٢ أوجد ناتج جمع كل مما يأتي :

① $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧}$ ② $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦}$

الحل

(لاحظ أن العددين لهما نفس المقام)

① $\frac{١}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٤}{٧}$

② $\frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} = \frac{٢ \times ٦ + ٣ \times ٥}{١٨} = \frac{١٢ + ١٥}{١٨} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$ (في أبسط صورة)

حل آخر (بتوحيد مقامي العددين أولاً)

$\because \frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٢} = \frac{٤}{٦}$

$\therefore \frac{٢}{٣} + \frac{٥}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{٥}{٦} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$

مثال ٣ أوجد ناتج جمع كل مما يأتي :

① $\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$ ② $\frac{٧}{١٠} + ١\frac{١}{٥}$

الحل

① $\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{-٣ \times ٥ + ٢ \times ٤}{٤ \times ٥} = \frac{-١٥ + ٨}{٢٠} = \frac{-٧}{٢٠}$ (إذا كانت الأشارات مختلفة نطرح)



حل آخر

$\frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{-١٥}{٢٠} + \frac{٨}{٢٠} = \frac{-٧}{٢٠}$ (بتوحيد المقامات مباشرة)

② $\frac{٧}{١٠} + ١\frac{١}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{١ \times ٥ + ١}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{٦}{٥} = \frac{٧}{١٠} + \frac{١٢}{١٠} = \frac{١٩}{١٠}$

مثال ٤ أوجد ناتج جمع كل مما يأتي :

① $\frac{٥}{٧} + ٣$ ② $\frac{-١٠}{١٥} + \frac{٤}{١٢}$ ③ $\frac{٣}{٥} + ٠,٢$

الحل



① $\frac{٥}{٧} + ٣ = \frac{٥}{٧} + \frac{٢١}{٧} = \frac{٢٦}{٧}$

② بوضع العددين في أبسط صورة

$\frac{-١٠}{١٥} = \frac{-١٠ \div ٥}{١٥ \div ٥} = \frac{-٢}{٣}$

$\frac{٤}{١٢} = \frac{٤ \div ٤}{١٢ \div ٤} = \frac{١}{٣}$

$\frac{-١٠}{١٥} + \frac{٤}{١٢} = \frac{-٢}{٣} + \frac{١}{٣} = \frac{-١}{٣}$ (إذا كانت الأشارات مختلفة نطرح)

③ $\frac{٣}{٥} + ٠,٢ = \frac{٣}{٥} + \frac{٢}{١٠} = \frac{٦}{١٠} + \frac{٢}{١٠} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

> **ملاحظة:** قبل إجراء عملية الجمع أو أي عملية يفضل وضع الأعداد النسبية في أبسط صورة

مثال ٥ أوجد ناتج جمع :

$\frac{٩}{١٨} + \frac{٢٠}{٢٤} + \frac{٦}{٨} + \frac{-١}{٣}$

الحل

الناتج $= \frac{١}{٢} + \frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٣}$

$= \frac{٦ + ١٠ + ٩ - ٤}{١٢} = \frac{٢١}{١٢} = \frac{٧}{٤}$

> **ملاحظة:** عند جمع الأعداد النسبية يفضل كتابتها في أبسط صورة قبل توحيد المقامات

مثال ٦ أوجد ناتج كلاً مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٥}$ ② $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤}$

الحل

① $\frac{١}{٢} - \frac{٣}{٥} = \frac{١ \times ٥ - ٣ \times ٢}{١٠} = \frac{٥ - ٦}{١٠} = \frac{-١}{١٠}$

② $\frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣} - \frac{٣}{٤} = \frac{٦ - ٨ - ٩}{١٢} = \frac{-١١}{١٢}$

مثال [٧] احسب ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $6\frac{2}{3} + \left(-4\frac{1}{6}\right)$ (٢) $-5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{12}$

الحل

(١) نجعل الأعداد فى أبسط صورة أولاً

$6\frac{2}{3} = \frac{3\times6+2}{3} = \frac{20}{3}$ ، $-4\frac{1}{6} = -\frac{4\times6+1}{6} = \frac{-25}{6}$

ثم نوجد الناتج بعد توحيد المقامات

$\therefore 6\frac{2}{3} + \left(-4\frac{1}{6}\right) = \frac{20}{3} - \frac{25}{6} = \frac{40}{6} - \frac{25}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

حل آخر

$6\frac{2}{3} + \left(-4\frac{1}{6}\right) = 6\frac{4}{6} - 4\frac{1}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

(٢) $-5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{12} = -\frac{16}{3} - \frac{25}{12} = -\frac{64}{12} - \frac{25}{12} = \frac{-89}{12}$

حل آخر

$-5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{12} = -5\frac{4}{12} - 2\frac{1}{12} = -7\frac{5}{12} = \frac{-89}{12}$

مثال [٨] باستخدام خواص الجمع فى ℚ أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صـورة :

(١) $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{7} + \frac{1}{4}$ (٢) $\frac{5}{6} + \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4}$

الحل

(١) $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{7} + \frac{1}{4} = \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{7}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)$ (الإبدال والدمج)

$= \frac{7}{7} + \frac{4}{4} = 1 + 1 = 2$

(٢) $\frac{5}{6} + \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4} = \frac{5}{6} + \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ (يفضل أن نجعل الأعداد فى أبسط صورة قبل الحل)

$= \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right)$ (الإبدال والدمج)

$= \frac{6}{6} + \frac{6}{2} = 1 + 3 = 4$



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الجدول التالى :

العـــدد	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{2}$	....	صفر	$\frac{-2}{-3}$	$\frac{1}{-5}$	....	٠,٣
معكوسه الجمعى	....	....	$\frac{3}{4}$	....	....	....	-١	....

تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{....}{7}$

(٢) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{....}{....} = ...$

(٣) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{3\times.... + 2\times....}{4\times5} = \frac{.... + ...}{20} = ...$

(٤) $\frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{-1}{5} = \frac{....}{20} + \frac{....}{20} + \frac{....}{20} = \frac{....}{20} = ...$

تدريب (٣)

أكمل لإيجاد ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ...$

(٢) $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = ...$

(٣) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = ... - ...... = ...$

(٤) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = ... - ...... = ...$

تدريب (٤)

باستخدام خواص الجمع فى ℚ أكمل ما يأتى لإيجاد الناتج فى أبسط صورة :

(١) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}$

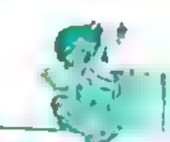
$= \left(.... + ...\right) + \frac{3}{4}$ خاصية ....

$= .... + \frac{3}{4} = ...$

(٢) $\frac{2}{3} + \frac{5}{9} + \frac{-2}{3} + \frac{4}{9}$

$= \left(\frac{5}{9} + ...\right) + \left(... + ...\right)$ خاصية ....

$= .... + ... = ...$



تمارين (٤) على جمع وطرح الأعداد النسبية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

(١) (أ) أكمل ما يأتي :

① .... عدد نسبي ليس موجباً و ليس سالباً

② العدد الأكبر في العددين $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ هو ....

③ العدد النسبي $\frac{٣ - س}{٧ + س}$ = صفر عندما س = ...

④ العدد $\frac{٥}{س - ٤} \notin$ ن عندما س = ...

٤ درجات

(ب) أكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

....

....

٣ درجات

(هـ) ① رتب الأعداد النسبية الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$-\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ ، -١

....

....

② أكمل بنفس التسلسل ١ ، ٤ ، ١٠ ، ١٩ ، ...... ، ......



٣ درجات





ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{١}{٥}+\frac{٢}{٥}$ ② $\frac{١}{٧}+\frac{٣}{٧}$ ③ $\frac{١}{٤}+\frac{٣}{٤}$

④ $\frac{٥}{٩}-\frac{١}{٩}$ ⑤ $\frac{٧}{٨}-\frac{٥}{٨}$ ⑥ $\frac{٥}{٧}-\frac{٣}{٧}$

⑦ $\frac{-١}{٤}+\frac{٣}{٤}$ ⑧ $-\frac{١}{٥}+\frac{٢}{٥}$ ⑨ $\frac{-٢}{٧}+\frac{٥}{٧}$

⑩ $\frac{٥}{٩}+\left(-\frac{٢}{٩}\right)$ ⑪ $\frac{٧}{٨}+\left(-\frac{٣}{٨}\right)$ ⑫ $\frac{٣}{٥}+\left(-\frac{١}{٥}\right)$

⑬ $-\frac{٢}{٣}-\frac{١}{٣}$ ⑭ $\frac{-٣}{٨}-\frac{١}{٨}$ ⑮ $\frac{-٢}{٧}-\frac{٣}{٧}$

(٣) احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{١}{٢}+\frac{١}{٣}$ [$\frac{٥}{٦}$] ② $\frac{٢}{٣}+\frac{١}{٤}$ [$\frac{١١}{١٢}$] ③ $\frac{١}{٢}+\frac{٢}{٥}$ [$\frac{٩}{١٠}$]

④ $\frac{٣}{٤}-\frac{١}{٣}$ [$\frac{٥}{١٢}$] ⑤ $\frac{٢}{٣}-\frac{١}{٢}$ [$\frac{١}{٦}$] ⑥ $\frac{-١}{٥}+\frac{١}{٣}$ [$\frac{٢}{١٥}$]

⑦ $\frac{٣}{٤}-\frac{١}{٢}$ [$\frac{١}{٤}$] ⑧ $\frac{٤}{٩}-\frac{٢}{٣}$ [$-\frac{٢}{٩}$] ⑨ $\frac{٧}{١٠}-\frac{٢}{٥}$ [$\frac{٣}{١٠}$]

(٤) استخدم خط الأعداد في جمع الأعداد النسبية الآتية :

① $-\frac{١}{٣}+\frac{٥}{٣}$ ② $\frac{٥}{٨}+\left(\frac{-٣}{٨}\right)$ ③ $\frac{-٣}{٤}+\left(-\frac{١}{٤}\right)$

مسائل المستوى الثاني

(٥) احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $\frac{٢}{٨}+\frac{٣}{١٢}$ [$\frac{١}{٢}$] ② $\frac{٦}{١٥}-\frac{٤}{٢٠}$ [$\frac{١}{٥}$] ③ $\frac{-٤}{٢٤}+\frac{٦}{٩}$ [$\frac{١}{٢}$]

④ $-\frac{٣}{١٠}+\left(\frac{-٢}{٥}\right)$ [$\frac{-٧}{١٠}$] ⑤ $\frac{١٢}{٢}+\left(-\frac{١٦}{٤}\right)$ [٢] ⑥ $-\frac{٩}{١٢}+\frac{٣}{٦}$ [$\frac{-١}{٤}$]

⑦ $٢\frac{١}{٢}+\frac{٣}{٨}$ [$\frac{٢٣}{٨}$] ⑧ $\frac{٣}{١٥}+٠,٢$ [$\frac{٢}{٥}$] ⑨ $\frac{-٥}{١٠}+\frac{٢٥}{١٠٠}$ [$\frac{-١}{٤}$]

⑩ ٢٥٪ + $\left(-\frac{١}{٤}\right)$ [صفر] ⑪ ٢٠٪ + $\left|\frac{-١}{٥}\right|$ [$\frac{٢}{٥}$] ⑫ $\left|\frac{-١}{٤}\right|$ − ٥٠٪ [$\frac{-١}{٤}$]





٦ أكتب المعكوس الجمعى لكل من الأعداد النسبية الآتية :

① $\frac{٣}{٧}$ ② $\frac{-٤}{٩}$ ③ صفر ④ $-٢\frac{١}{٢}$

⑤ -٦ ⑥ $٠,٢$ ⑦ $-٢,٣$ ⑧ $١\frac{١}{٥}$

٧ أكمل ما يأتى :

① من خواص عملية الجمع فى ن .... ، .... ، ....

② العدد المحايد الجمعى فى ن هو ....

③ المعكوس الجمعى للعدد النسبى $\frac{-س}{ص}$ هو .... حيث ص $\neq$ ٠

④ إذا كان س + $\frac{-١}{٢}$ = ٠ فإن س = ...

⑤ المعكوس الجمعى للعدد صفر هو ....

⑥ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٢}{٥}$ هو ....

⑦ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{-٣}{٤}$ هو ....

⑧ المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{١}{٢}\right)^{صفر}$ هو ....

⑨ المعكوس الجمعى للعدد $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{صفر}$ هو ....

⑩ العدد $\frac{-٤}{٥}$ هو المعكوس الجمعى للعدد ....

⑪ المعكوس الجمعى للعدد $\left|\frac{-٢}{٣}\right|$ هو ....

٨ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① ناتج جمع $\frac{١}{٥} + \left(\frac{-٦}{٥}\right)$ يساوى .... [١ ، -١ ، $\frac{٧}{٥}$ ، $\frac{-٧}{٥}$]

② ..... $- \frac{١}{٢} = -١$ [$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، ١]

③ $\frac{٢}{٧}$ + ... = صفر [صفر ، $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{-٢}{٧}$ ، $\frac{٧}{٢}$]

④ ناتج جمع $\frac{١}{٦} + \frac{٢}{٦}$ يساوى المعكوس الجمعى للعدد ....

[$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{-١}{٦}$]

⑤ باقى طرح $\frac{١}{٤}$ من $\frac{٣}{٤}$ يساوى ...... [١ ، -١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$]

⑥ باقى طرح $\frac{-٣}{٥}$ من $\frac{٢}{٥}$ يساوى ...... [$\frac{-١}{٥}$ ، ١ ، -١ ، $\frac{١}{٥}$]

⑦ باقى طرح $\frac{١}{٥}$ من $-\frac{٤}{٥}$ يساوى ...... [١ ، -١ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$]

⑧ باقى طرح $\frac{١}{٣}$ من صفر يساوى ...... [صفر ، $\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

⑨ باقى طرح $-\frac{٢}{٥}$ من صفر يساوى ...... [صفر ، $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

⑩ $\frac{١}{٣}$ + ... = صفر [$\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $-\frac{٢}{٣}$]

⑪ $-\left(\frac{٤}{٥} + \left(-\frac{١}{٥}\right)\right)$ = ... [$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، ١ ، -١]

⑫ $-\left(-\frac{٢}{٥} + \left(-\frac{٥}{٥}\right)\right)$ = ... [$\frac{-٧}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٥}$]

٩ أكتب خاصية جمع الأعداد النسبية المستخدمة فى كل مما يأتى :

① $\frac{٧}{٢} + \frac{٩}{١٦} = \frac{٩}{١٦} + \frac{٧}{٢}$

② صفر + $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤}$

③ $\left(\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣}\right) + \frac{١}{٦} = \frac{٢}{٣} + \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٦}\right)$

④ $\frac{٣}{٤} + \left(\frac{-٣}{٤}\right)$ = صفر

⑤ $\frac{٥}{٨}$ + صفر = $\frac{٥}{٨}$

⑥ $٢,٥ + (٠,٧ + ٩,٥) = ٢,٥ + (٩,٥ + ٠,٧)$

١٠ أحسب قيمة كل مما يأتى مع ذكر الخواص المستخدمة :

① $\frac{٥}{١٠} + \left(\frac{-٧}{١٠}\right)$

② $\frac{-٣}{٥} + \frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥}$

③ $\frac{٤}{٥} + \left(\frac{-٤}{٥}\right)$

④ $\left[\frac{٢}{٩} + \left(\frac{-٤}{٩}\right)\right] + \left(\frac{-٢}{٩}\right)$

⑤ $\frac{٣}{٦} + \frac{٥}{٦} + \left(\frac{-٣}{٦}\right)$

⑥ $\frac{-١}{٤} + \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$

١١ أكمل ما يأتى :

① $١٥\frac{١}{٢} + \left(-١٣\frac{٣}{٤}\right)$ = ... + $\left[١٣\frac{٣}{٤} + \left(-١٣\frac{٣}{٤}\right)\right]$

② $\frac{٣}{٣٢} + \left(\frac{-١٧}{٣٢}\right) = \left[\frac{٣}{٣٢} + \left(\frac{-٣}{٣٢}\right)\right]$ + ...





٣ - $١١\frac{١}{٢} + (-١١\frac{١}{٢}) = ... + [١١\frac{١}{٢} + (-١١\frac{١}{٢})]$

٤ - $١٠\frac{١}{٥} + ٧\frac{٣}{٥} = ... + (-٧\frac{٣}{٥} + ٧\frac{٣}{٥})$

(١٢) باستخدام خواص الجمع في ن أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

١) $(\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦}) + \frac{-٣}{٤}$ [$\frac{١}{٣}$] ٢) $(\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٨}) + \frac{١}{٨}$ [$\frac{٩}{١٠}$]

٣) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} + \frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٧}$ [٢] ٤) $\frac{٣}{٤} + \frac{-٥}{٩} + \frac{١}{٤} + \frac{-٤}{٩}$ [٠]

٥) $١\frac{١}{٢} + (-٤) + ٢\frac{١}{٢}$ [٠] ٦) $\frac{١٥}{٩} + \frac{٢٤}{١٦} + \frac{-٩}{١٢} + \frac{-٢٠}{١٥}$ [$\frac{١٣}{١٢}$]

٧) $\frac{-٣}{٧} + \frac{١}{٢} + \frac{-١}{١٤}$ [٠] ٨) $\frac{٥}{٤} + \frac{-١٣}{٥} + (-\frac{٢٥}{٤}) + \frac{٢٨}{٥}$ [−٢]

(١٣) أحسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

① $١\frac{١}{٥} + ٢\frac{٣}{٥}$ [$٣\frac{٤}{٥}$] ② $٧\frac{٤}{٥} - ٣\frac{٣}{٥}$ [$٤\frac{١}{٥}$]

③ $٥\frac{١}{٣} - ٢\frac{٢}{٣}$ [$٢\frac{٢}{٣}$] ④ $٧\frac{١}{٤} + (-١١\frac{١}{٤})$ [−٤]

⑤ $-١٣\frac{١}{٨} + ٧\frac{٣}{٨}$ [$\frac{-٢٣}{٤}$] ⑥ $١\frac{١}{٢} + ٢\frac{٣}{٨}$ [$٣\frac{٧}{٨}$]

⑦ $٦\frac{٢}{٣} + (-٣\frac{١}{٦})$ [$٣\frac{١}{٢}$] ⑧ $-٢\frac{٢}{٣} - ٣\frac{١}{١٢}$ [$-٥\frac{٣}{٤}$]

⑨ $٣٠\% - (-٣\frac{٢}{٥})$ [$٣\frac{٧}{١٠}$] ⑩ $٢\frac{١}{٢} - ١\frac{١}{٤}$ [$١\frac{١}{٤}$]

⑪ $٤\frac{٢}{٣} - |-٢\frac{١}{٦}|$ [$\frac{٥}{٢}$] ⑫ $|٢\frac{-٣}{٨}| - |-٢\frac{١}{٤}|$ [$\frac{١}{٨}$]

⑬ $٤ + (-٩\frac{٥}{٨})$ [$-٥\frac{٥}{٨}$] ⑭ $-٢ + |١\frac{٣}{٧}|$ [$\frac{-٤}{٧}$]

مسائل المتفوقين

(١٤) إذا كانت $أ + ب = \frac{٥}{٤}$ ، $ب + جـ = \frac{٣}{٤}$ ، $أ + جـ = \frac{١}{٢}$

فأوجد قيمة : ① $أ + ٢ب + جـ$ [٢] ② ب [$\frac{٣}{٤}$]



ضرب وقسمة الأعداد النسبية

ضرب الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

وإذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين فإن $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب^٢}$

أي أنه عند ضرب عددين نسبيين فإننا نضرب البسط × البسط والمقام × المقام

فمثلاً : $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٥} = \frac{٢ \times ١}{٣ \times ٥} = \frac{٢}{١٥}$ ، $\frac{١}{٢} \times \frac{-٥}{٤} = \frac{١ \times -٥}{٢ \times ٤} = \frac{-٥}{٨}$

$-\frac{٢}{٥} \times \frac{-١}{٣} = \frac{-٢ \times -١}{٥ \times ٣} = \frac{٢}{١٥}$ ، $\frac{٢}{٥} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٣}{٥ \times ٥} = \frac{٦}{٢٥}$

خواص عملية الضرب في ن

- **الانغلاق** : أي أن حاصل ضرب أي عددين نسبيين هو عدد نسبي
  فمثلاً : $\frac{٢}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٥}$ (نلاحظ أن $\frac{٨}{١٥} \in$ ن)
- **الإبدال** أي أن حاصل ضرب أي عددين نسبيين لا يتغير عند تبديل كل عدد مكان الآخر
  فمثلاً : $\frac{١}{٣} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٥}{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{٥}{٦}$
- **الدمج** : عند ضرب ثلاثة أعداد نسبية يمكن ضرب عددين ثم ضرب الناتج في العدد الثالث
  فمثلاً : $(\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢}) \times \frac{٥}{٣} = \frac{١}{٢} \times (\frac{٣}{٢} \times \frac{٥}{٣}) = \frac{٥}{٤}$
- **العدد المحايد الضربي** : العدد المحايد الضربي في ن هو "١" أي أنه عند ضرب أي عدد نسبي في الواحد الصحيح لا تتغير قيمة هذا العدد
  فمثلاً : $\frac{١}{٢} \times ١ = ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

- **المكوس الضربي**: المعكوس الضربي لأي عدد $\frac{أ}{ب}$ لا يساوي الصفر هو $\frac{ب}{أ}$

فمثلاً ، المعكوس الضربي للعدد $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{٤}{٣}$ والمعكوس الضربي للعدد $\frac{-٢}{٣}$ هو $\frac{-٣}{٢}$

والمعكوس الضربي للعدد $\frac{١}{٢}$ هو ٢ والمعكوس الضربي للعدد ٣ هو $\frac{١}{٣}$

ملاحظة : المعكوس الضربي للعدد ١ هو ١ و المعكوس الضربي للعدد -١ هو -١

لا يوجد معكوس ضربي للعدد صفر (لأن $\frac{١}{٠}$ ليس لها معنى)

توزيع الضرب على الجمع والطرح :

فمثلاً ، $\frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}\right) = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٥}$

$\frac{٣}{٤} \times \left(\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٢}\right) = \frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥} - \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٢}$

مع ملاحظة أن التوزيع يكون من اليمين أو من اليسار

قسمة الأعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين ، $\frac{جـ}{د} \neq ٠$

فإن $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$

أي أنه عند قسمة عددين نسبيين فإننا نحول عملية القسمة إلى ضرب العدد الأول × المعكوس الضربي للعدد الذي بعد علامة " ÷ "

فمثلاً ، $\frac{٢}{٣} \div \frac{٥}{٦} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٥} = \frac{٤}{٥}$

$\frac{١}{٢} \div \frac{-٣}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{-٤}{٣} = \frac{-٢}{٣}$

ملاحظة

لاحظ أن عملية القسمة ليست ابدالية وليست دامجة

ولا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة

ولا توجد معكوسات بالنسبة لعملية القسمة



تطبيقات على الأعداد النسبية

نعلم أن بين أى عددين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية و لكن يوجد عدد نسبى وحيد يقع فى منتصف المسافة بين أى عددين و لإيجاد هذا العدد يمكن استخدام القاعدة التالية

العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين عددين = $\frac{١}{٢}$ (العدد الأول + العدد الثانى)

فمثلاً :

لإيجاد العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٧}{٨}$

فإن العدد = $\frac{١}{٢}\left(\frac{١}{٨} + \frac{٧}{٨}\right) = \frac{١}{٢} \times ١ = \frac{١}{٢}$

و إذا لاحظنا المسافة بين $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٧}{٨}$

فى الشكل المقابل نجد أن العدد $\frac{٤}{٨}$

يقع فى منتصف المسافة حيث $\frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

النصف

$\frac{١}{٨}$ $\frac{٢}{٨}$ $\frac{٣}{٨}$ $\frac{٤}{٨}$ $\frac{٥}{٨}$ $\frac{٦}{٨}$ $\frac{٧}{٨}$

و إذا قسمنا المسافة بين العددين إلى ثلاثة أجزاء فإن كل جزء يمثل ثلث المسافة بين العددين

و نلاحظ أن العدد $\frac{٣}{٨}$ يقع فى ثلث المسافة بين العددين من جهة العدد الأصغر $\left(\frac{١}{٨}\right)$

و أن العدد $\frac{٥}{٨}$ يقع فى ثلث المسافة بين العددين من جهة العدد الأكبر $\left(\frac{٧}{٨}\right)$

و لإيجاد هذه الأعداد دون الحاجة إلى تقسيم المسافة فإننا نتبع القاعدة التالية :

العدد الذى يقع فى ثلث المسافة بين عددين

من جهة العدد الأصغر = العدد الأصغر (+) $\frac{١}{٣}$ | المسافة بين العددين |

من جهة العدد الأكبر = العدد الأكبر (−) $\frac{١}{٣}$ | المسافة بين العددين |

فمثلاً : العدد الذى يقع فى ثلث المسافة من جهة $\frac{١}{٨} = \frac{١}{٨} + \frac{١}{٣}\left|\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٨}\right| = \frac{٣}{٨}$

العدد الذى يقع فى ثلث المسافة من جهة $\frac{٧}{٨} = \frac{٧}{٨} - \frac{١}{٣}\left|\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٨}\right| = \frac{٥}{٨}$

و هما نفس العددين اللذين حصلنا عليهما من التقسيم

لاحظ أن : المسافة بين العددين نوجدها عن طريق | الفرق بين العددين |

لأن المسافة دائماً موجبة مثل الوقت و العمر








مثال [١] أوجد ناتج ضرب كل مما يأتى :

(١) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}$ (٢) $\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}$ (٣) $\frac{9}{15}\times\frac{10}{6}$

الحل

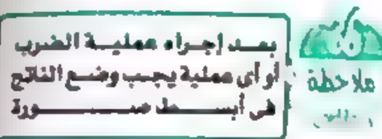
(١) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{2\times5}{3\times4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

(٢) $\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{2\times3}{4\times5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

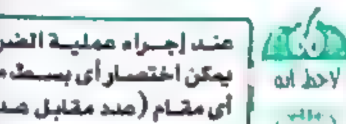
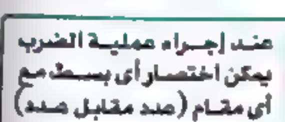
حل آخر: $\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

(٣) $\frac{9}{15}\times\frac{10}{6}=\frac{9\times10}{15\times6}=\frac{90}{90}=1$

حل آخر: $\frac{9}{15}\times\frac{10}{6}=\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=\frac{1}{1}=1$


ملاحظة: بعد إجراء عملية الضرب أو أى عملية يجب وضع الناتج فى أبسط صورة


لاحظ أن: يفضل وضع الأعداد النسبية فى أبسط صورة قبل إجراء عملية الضرب



لاحظ أن: عند إجراء عملية الضرب يمكن اختصار أى بسط مع أى مقام (عدد مقابل عدد)

مثال [٢] أوجد ناتج ضرب كل مما يأتى :

(١) $\frac{-3}{8}\times\frac{4}{3}$ (٢) $-3\frac{3}{7}\times\left(-5\frac{5}{6}\right)$

(٣) $\frac{-2}{5}\times\frac{10}{3}\times\frac{-9}{4}$ (٤) $0,3\times\frac{8}{13}\times5\times1\frac{7}{9}$

الحل

(١) $\frac{-3}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{-12}{24}=\frac{-1}{2}$

(٢) $-3\frac{3}{7}\times\left(-5\frac{5}{6}\right)=\frac{-24}{7}\times\frac{-35}{6}=20$

تذكر أن:
$+\times+=+$ ، $-\times-=+$
$+\times-=-$ ، $-\times+=-$
أى عدد × صفر = صفر



(٣) $\frac{-2}{5}\times\frac{10}{3}\times\frac{-9}{4}=3$

حل آخر: $\frac{-2\times10\times-9}{5\times3\times4}=\frac{180}{60}=3$

(٤) $0,3\times\frac{8}{13}\times5\times1\frac{7}{9}=\frac{3}{10}\times\frac{8}{13}\times5\times\frac{13}{6}=2$

مثال [٣] أوجد ناتج كلاً مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}$ (٢) $\frac{-3}{5}\div\frac{9}{5}$

(٣) $\frac{-14}{15}\div\left(\frac{-21}{5}\right)$ (٤) $2\frac{1}{4}\div1\frac{1}{2}$

الحل

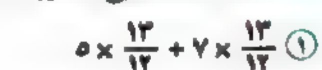
(١) $\frac{1}{2}\div\frac{3}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$

(٢) $\frac{-3}{5}\div\frac{9}{5}=\frac{-3}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{-1}{3}$

(٣) $\frac{-14}{15}\div\left(\frac{-21}{5}\right)=\frac{-14}{15}\times\frac{-5}{21}=\frac{2}{9}$

(٤) $2\frac{1}{4}\div1\frac{1}{2}=\frac{9}{4}\div\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{2}$

تذكر أن:
$+\div+=+$
$-\div-=+$
$+\div-=-$
$-\div+=-$
صفر ÷ أى عدد = صفر
أى عدد ÷ صفر ليس لها معنى



مثال [٤] أستخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع فى تسهيل إجراء العمليات الآتية :

(١) $\frac{13}{12}\times7+\frac{13}{12}\times5$ (٢) $\frac{10}{29}\times\frac{2}{5}+\frac{10}{29}\times\frac{3}{7}$

(٣) $\frac{7}{11}\times\frac{4}{5}-\frac{7}{11}\times\frac{1}{5}-\frac{7}{11}\times\frac{3}{5}$ (٤) $4\times\frac{5}{9}+15\times\frac{5}{9}-\frac{5}{9}$

الحل

(١) $\frac{13}{12}\times7+\frac{13}{12}\times5=\frac{13}{12}(7+5)=\frac{13}{12}\times12=13$

(٢) $\frac{10}{29}\times\frac{2}{5}+\frac{10}{29}\times\frac{3}{7}=\frac{10}{29}\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{7}\right)$

$=\frac{10}{29}\left(\frac{14+15}{35}\right)=\frac{10}{29}\times\frac{29}{35}=\frac{2}{7}$



$$\frac{٧}{١١} \times \frac{٤}{٥} - \frac{٧}{١١} \times \frac{١}{٥} - \frac{٧}{١١} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٧}{١١}\left(\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٥} - \frac{٣}{٥}\right)$$

$$= \frac{٧}{١١}\left(\frac{٠}{٥}\right) = \frac{٧}{١١} \times \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$٤ \times \frac{٥}{٩} + ١٥ \times \frac{٥}{٩} - \frac{٥}{٩} = \frac{٥}{٩}(٤ + ١٥ - ١) = \frac{٥}{٩} \times (١٨) = ٥ \times ٢ = ١٠$$

مثال ٥ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\left(\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٣}\right) \div \frac{١٧}{٣}$ (٢) $\left(\frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}\right) \div \left(\frac{٧}{٣} - \frac{٧}{٥}\right)$

الحل

(١) $\left(\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٣}\right) \div \frac{١٧}{٣} = \left(\frac{٥ + ١٢}{٩}\right) \div \frac{١٧}{٣}$

$$= \frac{١٧}{٩} \times \frac{٣}{١٧} = \frac{١}{٣}$$

(٢) $\left(\frac{٣}{٢} - \frac{٤}{٥}\right) \div \left(\frac{٧}{٣} - \frac{٧}{٥}\right) = \left(\frac{٥ \times ٣ - ٢ \times ٤}{١٠}\right) \div \left(\frac{٥ \times ٧ - ٣ \times ٧}{١٥}\right)$

$$= \left(\frac{١٥ - ٨}{١٠}\right) \div \left(\frac{٣٥ - ٢١}{١٥}\right)$$

$$= \frac{٧}{١٠} \div \frac{١٤}{١٥} = \frac{٧}{١٠} \times \frac{١٥}{١٤} = \frac{٣}{٤}$$

مثال ٦ إذا كانت $أ = ١\frac{٣}{٤}$ ، $ب = \frac{١٢}{٧}$ ، $هـ = \frac{٢}{٣}$

فأوجد القيمة العددية لما يأتى : (١) أ ب هـ + ٣ (٢) أ ب − هـ

الحل

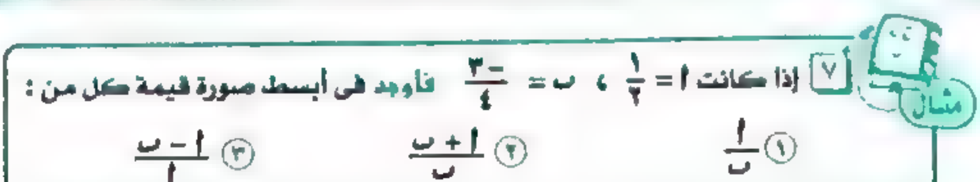
(١) أ ب هـ + ٣ $= \left(١\frac{٣}{٤} \times \frac{١٢}{٧} \times \frac{٢}{٣}\right) + ٣$

$$= \left(\frac{٧}{٤} \times \frac{١٢}{٧} \times \frac{٢}{٣}\right) + ٣ = ٢ + ٣ = ٥$$

(٢) أ ب − هـ $= \left(١\frac{٣}{٤} \times \frac{١٢}{٧}\right) - \frac{٢}{٣}$

$$= \left(\frac{٧}{٤} \times \frac{١٢}{٧}\right) - \frac{٢}{٣} = ٣ - \frac{٢}{٣}$$

$$= \frac{٩}{٣} - \frac{٢}{٣} = \frac{٧}{٣}$$



مثال ٧ إذا كانت $أ = \frac{١}{٢}$ ، $ب = \frac{-٣}{٤}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

(١) $\frac{أ}{ب}$ (٢) $\frac{أ + ب}{ب}$ (٣) $\frac{أ - ب}{أ}$

الحل

(١) $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢} \div \frac{-٣}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{-٤}{٣} = \frac{-٢}{٣}$

(٢) $\frac{أ + ب}{ب} = \left(\frac{١}{٢} + \frac{-٣}{٤}\right) \div \frac{-٣}{٤} = \frac{٢ - ٣}{٤} \div \frac{-٣}{٤} = \frac{-١}{٤} \div \frac{-٣}{٤}$

$$= \frac{-١}{٤} \times \frac{-٤}{٣} = \frac{١}{٣}$$

(٣) $\frac{أ - ب}{أ} = \left[\frac{١}{٢} - \left(\frac{-٣}{٤}\right)\right] \div \frac{١}{٢} = \left(\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}\right) \div \frac{١}{٢}$

$$= \left(\frac{٢ + ٣}{٤}\right) \div \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٤} \div \frac{١}{٢}$$

$$= \frac{٥}{٤} \times \frac{٢}{١} = \frac{٥}{٢}$$

مثال ٨ أوجد عدداً نسبياً يقع فى :

(١) منتصف المسافة بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$

(٢) ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ من جهة العدد الأصغر

(٣) ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٦}$ من جهة العدد الأكبر

الحل

(١) العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين = $\frac{١}{٢}$ (العدد الأول + العدد الثانى)

$$= \frac{١}{٢}\left(\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦}\right) = \frac{١٣}{٢٤}$$

(٢) العدد الذى يقع فى ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ من جهة العدد الأصغر $\frac{١}{٣}$

= العدد الأصغر + $\frac{١}{٤}$ |المسافة بين العددين|

$$= \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\left|\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}\right| = \frac{٣}{٨}$$



∵ ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ من جهة العدد الأكبر

= العدد الأكبر − $\frac{١}{٣}$ |المسافة بين العددين|

$= -\frac{١}{٩} - \frac{١}{٣} \left| -\frac{١}{٣} - \left(-\frac{١}{٩}\right) \right| = \frac{-٢}{٩}$



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{١}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{\cdots \times \cdots}{\cdots \times \cdots} = \cdots\cdots$

(٢) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{١}{٥} = \cdots\cdots$

(٣) $\frac{-٢}{٣} \times \frac{-٩}{٨} = \cdots\cdots$

(٤) $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٢٤}{٢١} = \cdots\cdots$



تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٥} = \frac{٣}{٥} \times \cdots = \cdots$

(٢) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٥}{٢} = \cdots \times \cdots = \cdots$

(٣) $\frac{٣}{٧} \div \frac{-٩}{١٤} = \cdots \times \cdots = \cdots$

(٤) $\frac{-٧}{١٠} \div ١\frac{٢}{٥} = \cdots\cdots$

(٥) $-٩ \div ٢\frac{-١}{٤} = \cdots\cdots$

(٦) $\frac{٣}{٥} \div ٠{,}٣ = \cdots\cdots$

تدريب (٣)

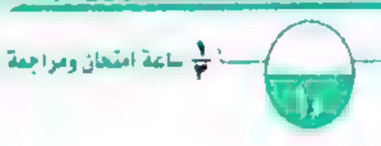
أكمل لإيجاد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

(١) $\frac{٥}{١١} \times \frac{١٣}{٧} + \frac{٥}{١١} \times \frac{-٢}{٧} = \frac{٥}{١١}(\cdots\cdots + \cdots\cdots)$

$= \frac{٥}{١١} \times \cdots\cdots = \cdots\cdots$

(٢) $\frac{٣}{٥} \times ٤ + \frac{٣}{٥} \times ٧ - \frac{٣}{٥} = \cdots\cdots(\cdots\cdots + \cdots\cdots - \cdots\cdots)$

$= \frac{٣}{٥} \times \cdots\cdots = ٦$



(امتحان ٥) على ضرب وقسمة الأعداد النسبية

أولاً راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتى :

(١) المعكوس الجمعى للعدد $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{\text{صفر}}$ ....

(٢) العدد النسبى $\frac{٣ - س}{٧ + س}$ = صفر عندما س = ...

(٣) $\frac{٥}{٩} + \left|-\frac{٤}{٩}\right| = \cdots\cdots\cdots$

(٤) المعكوس الجمعى للعدد صفر هو ....

(٤ درجات)

(ب) باستخدام خواص الجمع فى ن أوجد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة :

$\frac{٥}{٤} + \left(-\frac{١٣}{٥}\right) + \left(-\frac{٢٥}{٤}\right) + \frac{٢٨}{٥}$

....

....

....

(٣ درجات)

(جـ) (١) اكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{٢}{٣}$

....

....

(٢) أوجد قيمة س التى تجعل العدد $\frac{س - ٢}{س + ٥}$ غير نسبياً

....

....

....

(٣ درجات)

مستوى أول

١ أكمل ما يأتي:

١) من خواص عملية الضرب في ن ......، ......، ......

٢) العدد المحايد الضربي في ن هو ......

٣) المعكوس الضربي للعدد -١ هو ...... والمعكوس الضربي للعدد ١ هو ......

٤) $\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} = ...$ ٥) $\frac{٥}{٢} \div \frac{٥}{٢} = ...$ ٦) $\frac{١}{٢} \times ...... = -١$

٧) المعكوس الضربي للعدد $|-\frac{٣}{٤}|$ هو ......

٨) المعكوس الضربي للعدد ٠,٥ هو ......

٩) المعكوس الضربي للعدد $٢\frac{١}{٢}$ هو ......

١٠) المعكوس الضربي للعدد $(-\frac{٢}{٣})^{٣}$ هو ......

---

٣ احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

١) $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣}$ ٢) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧}$ ٣) $-\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

٤) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ ٥) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٨}$ ٦) $-\frac{٤}{٣} \times \frac{٩}{٢}$

٧) $\frac{-٦}{٩} \times \frac{-١}{٢}$ ٨) $\frac{-٢}{١٤} \times \frac{٧}{٣}$ ٩) $\frac{-٥}{٤} \times \frac{-٨}{١٥}$

---

٤ أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

١) $\frac{١}{٢} \div \frac{٢}{٣}$ ٢) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٣}{٨}$ ٣) $\frac{٥}{٩} \div \frac{-١٠}{١٨}$

٤) $\frac{٥}{٣} \div \frac{١٠}{٩}$ ٥) صفر $\div \frac{٣}{٥}$ ٦) $-\frac{٥}{٨} \div \frac{٥}{٨}$

٧) $-١٤ \div (-\frac{٧}{٤})$ ٨) $\frac{٣}{٥} \div (-\frac{٦}{١٠})$ ٩) $-\frac{٢}{٣} \div (-\frac{٢}{٣})$

---

٥ أوجد المعكوس الضربي (إن وجد) لكل من الأعداد الآتية:

$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٩}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، -٧ ، $-٢\frac{١}{٢}$ ، ١٢



مستوى ثانٍ

١ احسب ناتج كل مما يأتي:

١) $\frac{١}{٩} \times ٤\frac{١}{٢}$ ٢) $٢\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٧}$ ٣) $|\frac{-٣}{٧}| \times (\frac{-٤}{٣})$

٤) $\frac{٥}{٨} \times (-١\frac{١}{١٥})$ ٥) $\frac{-٣}{٤} \times ١\frac{١}{٩}$ ٦) $|-١\frac{١}{٢}| \times |\frac{-٥}{٣}|$

٧) $\frac{١٢٥}{١٥} \times \frac{٩}{٧٥}$ ٨) $-١,٢ \times \frac{١٥}{٤}$ ٩) $-٤\frac{٢}{٧} \times (-٥\frac{٥}{٦})$

١٠) $٢\frac{٣}{٤} \times (-٣\frac{١}{٥})$ ١١) $٣\frac{١}{٨} \times -٣\frac{١}{٥}$ ١٢) $-٤\frac{٢}{٧} \times (-٨\frac{١}{٥})$

---

٢ اذكر خاصية ضرب الأعداد النسبية المستخدمة في كل مما يأتي:

١) $-\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣} \times (-\frac{١}{٢})$ ٢) ٠,٨ × صفر = صفر

٣) $-\frac{٣}{٧} \times (\frac{-٧}{٣}) = ١$ ٤) $\frac{٥}{٤} \times ١ = \frac{٥}{٤}$

٥) $١,٢ \times (٣,٥ \times ٤,٢) = (١,٢ \times ٣,٥) \times ٤,٢$

٦) $\frac{-٧}{٢٠} \times (\frac{٥}{٢} \times ٤) = (\frac{٥}{٢} \times ٤) \times \frac{-٧}{٢٠}$

٧) $٣\frac{١}{٢} \times [٤\frac{٢}{٣} + ٤\frac{-٢}{٣}] = ٣\frac{١}{٢} \times$ صفر = صفر

٨) $\frac{٢}{٣}(\frac{٥}{٢} + \frac{٣}{٤}) = \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٢} + \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤}$

---

٣ أكمل لتصبح العبارة صحيحة في كل مما يأتي:

١) $\frac{٢}{٣} \times \frac{-٤}{٥} = \frac{-٤}{٥} \times ......$ ٢) $\frac{٢}{٣}(٢ + \frac{١}{٢}) = \frac{٢}{٣} \times ٢ + ...$

٣) $\frac{٣}{٧} \times ...... = ١$ ٤) $[\frac{١}{٢} \times (-\frac{٢}{٣})] \times \frac{١}{٥} = \frac{١}{٢} \times ......$

٥) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} = ...$ ٦) $\frac{-٢}{٣} \times ...... = -\frac{٢}{٣}$

٧) $\frac{-٤}{١١} \times ...... = ١$ ٨) $٣ \times ...... = -٤$

٩) العدد النسبي الذي ليس له معكوس ضربي هو ......





⑨ احسب ناتج كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

① $2\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ [٣]
② $-4\frac{2}{7} + 1\frac{1}{14}$ [١٠-]
③ $-2\frac{1}{5} + 5\frac{1}{3}$ [$\frac{3}{5}$]
④ $2\frac{1-}{3} + 1\frac{2-}{3}$ [٢]
⑤ $\frac{14}{25} + 0.28$ [١]
⑥ $2\frac{3}{5} \div (-1\frac{11}{15})$ [$\frac{2-}{3}$]

⑩ احسب ناتج كل مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :

① $(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}) \div \frac{4}{5}$ [١]
② $(\frac{7}{4} + \frac{1}{2}) - (\frac{2}{3} + \frac{1}{9})$ [$\frac{4-}{9}$]
③ $(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}) \div (\frac{2}{5} + \frac{1}{2})$ [١]
④ $(\frac{8}{9} - \frac{2}{3}) \div (\frac{5}{6} - \frac{1}{2})$ [$\frac{3}{2}$]
⑤ $(\frac{7}{8} - \frac{1}{24}) \div (\frac{3}{4} - \frac{7}{12})$ [٥]
⑥ $(5 \times \frac{3}{4}) - (\frac{2}{3} \times \frac{3-}{8})$ [٤]
⑦ $(\frac{4}{9} + \frac{1}{3}) \div \frac{5}{9}$ [١]
⑧ $[\frac{12-}{25} \div (-\frac{7}{5})] \div (\frac{9-}{14})$ [$\frac{8-}{15}$]
⑨ $(-1\frac{2}{3} \times 4\frac{2}{3}) \div 6\frac{1}{9}$ [$\frac{14-}{11}$]
⑩ $(\frac{18-}{5} \div \frac{9}{35}) \times (-\frac{3}{7})$ [٦]

⑪ استخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع فى تسهيل إجراء العمليات الآتية :

① $\frac{4}{9} \times 11 + \frac{4}{9} \times 16$ [١٢]
② $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$ [٥]
③ $\frac{2}{5} \times \frac{35}{9} + (\frac{3-}{7}) \times \frac{35}{9}$ [$\frac{1}{9}$]
④ $\frac{5}{13} \times 2 + \frac{5}{13} \times 4 + \frac{5}{13} \times 7$ [٥]
⑤ $\frac{5}{6} \times 3 + \frac{5}{6} \times 4 + \frac{5}{6} \times 5$ [١٠]
⑥ $\frac{4}{7} \times 4 + \frac{4}{7} \times 2 + \frac{4}{7}$ [٤]
⑦ $\frac{6}{17} \times \frac{3}{4} + \frac{6}{17} \times \frac{2}{3}$ [$\frac{1}{2}$]
⑧ $\frac{8-}{21} \times \frac{4}{5} + \frac{8-}{11} \times 1,2$ [$\frac{4-}{5}$]
⑨ $\frac{10}{17} \times \frac{3}{5} + \frac{10}{17} \times \frac{4}{5} - \frac{10}{17}$ [$\frac{1}{2}$]
⑩ $\frac{3-}{7} \times 8 + 5 \times (\frac{3-}{7}) + (\frac{3-}{7})$ [٦-]

⑫ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

① $\frac{5}{7} \times س = \frac{5}{7}$
② $\frac{17}{3} \times س = 1$
③ $-\frac{7}{3} \times س = صفر$
④ $-\frac{7}{3} \times -\frac{3}{7} = س$
⑤ $\frac{3}{5} \times س = -\frac{4}{5} \times \frac{3}{5}$
⑥ $\frac{3}{4} + س = \frac{3}{4} \times \frac{2-}{5}$
⑦ $س \, [\frac{1}{2} + (\frac{3-}{5})] = س \times \frac{1}{2} + 5 \times (\frac{3-}{5})$

⑬ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① إذا كان $أ \times \frac{ب}{2} = \frac{أ}{2}$ فإن ب = ...
[صفر ، أ ، ١ ، أ-]

② إذا كان $\frac{س}{2} - 4 = 6$ فإن $\frac{س}{2} + \frac{2}{3} =$ ....
[١ ، $\frac{32}{3}$ ، ١٠ ، $\frac{س ٢}{9}$]

③ إذا كان ٤ س − ص = ١١ ، ص = ٣ س فإن س = ...
[$\frac{1}{11}$ ، $\frac{7}{11}$ ، $\frac{11}{7}$ ، ١١]

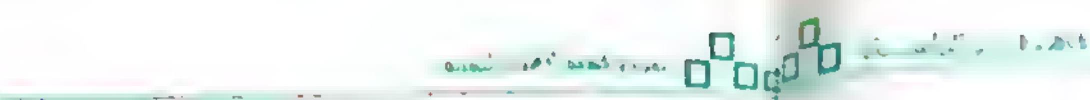
④ إذا كان $\frac{س}{ص} = 1$ فإن ٢ س − ٢ ص = ...
[٠ ، ١ ، ٢ ، ٤]

⑤ إذا كان س + $\frac{1}{4}$ معكوس جمعى للعدد $\frac{3}{4}$ فإن س = ...
[١ ، ١- ، $\frac{1}{4}$- ، $\frac{3-}{4}$]

⑥ إذا كان $\frac{س}{2} = 4$ فإن س = ...
[٢ ، ٤ ، ٨ ، $\frac{1}{2}$]

⑦ إذا كان $\frac{س}{2} = \frac{3}{2}$ فإن س = ...
[$\frac{3}{4}$ ، $\frac{1-}{2}$ ، ٣ ، ٣-]

⑧ إذا كان (س − ١) معكوس ضربى للعدد $\frac{1}{2}$ فإن س = ...
[٣ ، ٤ ، $\frac{1}{2}$ ، $1\frac{1}{2}$]



٩) إذا كان س ≠ ٠ ، $\frac{٢}{س} = ٥ \div \frac{٢}{٥}$ فإن س = ...

[$\frac{١}{٥}$ أو $\frac{٤}{٥}$ أو $\frac{٥}{٢}$ أو ٥]

١٠) إذا كان ٥ أ = ١٥ ، ب أ = ١ فإن ب = ...

[$\frac{١}{١٥}$ أو $\frac{١}{٣}$ أو $\frac{١}{٥}$ أو ٣]

١١) إذا كان $\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{٣ص}{٢س}$ = ...

[$\frac{١}{٣}$ أو ١ أو $\frac{٣}{٢}$ أو $\frac{٩}{٤}$]

١٢) إذا كان $\frac{٣}{٧}$ س = ٤٢ فإن $\frac{٥}{٧}$ س = ...

[٧٠ أو ٤٥ أو ٣٠ أو ١٠]

---

(١٤) أوجد عدداً نسبياً يقع في منتصف المسافة بين:

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ [$\frac{٨}{١٥}$]　(٢) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٢}$ [$\frac{٧}{١٦}$]

(٣) $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{١٧}{٦}$ [$\frac{٦١}{٢٤}$]　(٤) $١\frac{١}{٥}$ ، $٣\frac{١}{٣}$ [$\frac{٣٤}{١٥}$]

(٥) $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{٤}{٩}$　(٦) $\frac{٧}{١١}$ ، $\frac{٣}{٤}$

(٧) $-٤\frac{٣}{٥}$ ، $-٥\frac{٥}{٩}$　(٨) $-٤\frac{٣}{٧}$ ، $٨\frac{١}{٣}$

---

(١٥) أوجد عدداً نسبياً يقع:

(١) عند ثلث المسافة بين $\frac{٤}{٧}$ ، $١\frac{٣}{٤}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{٢٧}{٢٨}$]

(٢) عند ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٥}$ ، $-\frac{٤}{٥}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-٣}{٥}$]

(٣) عند ربع المسافة بين $\frac{٢}{٣}$ ، $١\frac{٣}{٧}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{٢٦}{٢١}$]

(٤) عند ربع المسافة بين $-\frac{١}{٩}$ ، $\frac{-٧}{٨}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-١٩٧}{٢٨٨}$]

(٥) عند ربع المسافة بين $\frac{-٥}{٦}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{-١٧}{٢٤}$]

(٦) عند خمس المسافة بين $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{٩}{١٠}$]

(٧) عند خمس المسافة بين $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ من جهة العدد الأصغر [$\frac{-٤٩}{٧٥}$]

(٨) عند خمس المسافة بين $-\frac{١}{٩}$ ، $\frac{-٧}{٨}$ من جهة العدد الأكبر [$\frac{-١٩}{٧٢}$]

---

(١٦) إذا كانت س = $\frac{٣}{٤}$ ، ص = -٢ ، ع = $\frac{-٢}{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي:

(١) س ص ع + $\frac{٢}{٣}$ [$\frac{٥}{٣}$]　(٢) س ص + س ع [-٢]

(٣) $\frac{٥}{٣}$ س + $\frac{١}{٤}$ ص + $\frac{٣}{٨}$ ص ع [$\frac{٥}{٤}$]　(٤) (س + ص) × (ص − ع) [$\frac{٥}{٣}$]

---

(١٧) (١) إذا كانت س = $\frac{١}{٣}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ ، ع = $\frac{-٥}{٢}$ فأوجد قيمة (س + ص) ÷ ع [$\frac{-١}{٣}$]

(٢) إذا كانت س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{-١}{٣}$ فأوجد قيمة (س + ص) ÷ (س − ص) [$\frac{١}{٥}$]

---

(١٨) إذا كانت أ = $\frac{٣}{٤}$ ، ب = $\frac{-٥}{٢}$ فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من:

(١) $\frac{أ}{ب}$ [$\frac{-٣}{١٠}$]　(٢) $\frac{أ - ب}{أ + ب}$ [$\frac{-١٣}{٧}$]

مسائل المتفوقين

(١٩) اختصر لأبسط صورة حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ :

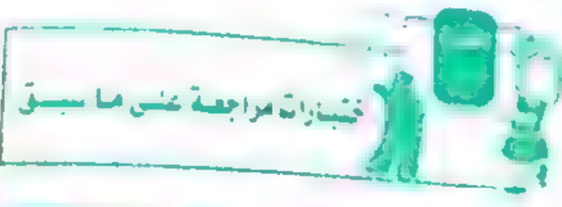
(١) $\left(\frac{٧س}{١٢ص} - \frac{٥س}{٤ص} \right) \times \left(\frac{٣ص}{٢س} - \frac{٣ص}{٨س} \right)$ [$\frac{-٣}{٤}$]

(٢) $\left[\frac{٥}{٨} \left(\frac{٦}{٥} س - ٤ ص \right) - \frac{٣}{٢} \left(٢ س - \frac{٥}{٣} ص \right) \right] \div \left[٢ س - \frac{٧}{٨} س \right]$ [-٢]

---

(٢٠) أوجد العدد الذي إذا قسم على ناتج $\left(\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٢} \right) \div \left(\frac{٣}{٤} - \frac{٥}{١٢} \right)$ كان الناتج $١\frac{١}{٢}$

[$\frac{٣}{٤}$]



نموذج (١) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

(١) أكمل ما يأتي (١٢ درجة)

١) $|-٣| - |-٢| = ...$

٢) ٨ ، −٤ ، ٢ ، ...... ، ...... ، ...... ، $\frac{١}{٨}$ (بنفس التسلسل)

٣) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون موجباً إذا كان ....

٤) إذا كان $\frac{١١}{س + ٥}$ عدد نسبي فإن س ≠ ....

٥) المكوس الضربي للعدد $\frac{-٣}{٥}$ هو ....

٦) العدد ٠,٣ في صورة نسبة ملوية هو ....

(٢) (٦ درجات)

(١) استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة: $\frac{٥}{٧} \times ٣ + \frac{٥}{٧} \times ٤$

(٢) أوجد عددين نسبيين يقعان بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٤}$

(٣) أوجد ناتج كل مما يأتي: (١٢ درجة)

١) $\frac{٣}{٨} + \frac{٩}{١٦}$

٢) $٣\frac{١}{٢} - (-٢\frac{١}{٩})$

٣) $(\frac{١}{٢} + \frac{٩}{١٤} + \frac{-٦}{٧}) + \frac{٦}{٢١}$

نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

(١) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين: (١٢ درجة)

١) إذا كان $\frac{س}{١٥} = \frac{٤}{٥}$ فإن س = ... [٨ ، ١٢ ، $\frac{٧٥}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$]

٢) المكوس الضربي للعدد $\frac{صفر}{٣}$ هو ...... [صفر ، ليس له معكوس ضربي ، $\frac{٣}{صفر}$ ، $\frac{١}{٣}$]

٣) $(-٥)^{صفر} = ...$ [صفر ، ١ ، −٥ ، ٥]

٤) العدد الصحيح الذي يقع بين $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ هو .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

٥) $\frac{-١٢}{٨}$ .... $\frac{٨}{-١٢}$ [≤ ، < ، > ، =]

٦) $\frac{٥}{١١} = ...$ على صورة عدد عشري دوري [٠,٤٥ ، $٠,\dot{٤}٥\dot{٤}$ ، $٠,\dot{٤}\dot{٥}$ ، $٠,٠\dot{٤}\dot{٥}$]

(٢) أكمل ما يأتي: (٦ درجات)

(١) العدد $\frac{٣}{س - ٤}$ نسبياً إذا كان س ≠ ....

(٢) إذا كان $\frac{٣}{٥} \times س = \frac{-٤}{٥} \times \frac{٣}{٥}$ فإن س = ...

(٣) العدد النسبي $\frac{أ}{٣}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان أ ....

(٤) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ هو ....

(٥) $\frac{٢}{٣} \times (٢ + \frac{١}{٧}) = \frac{٢}{٣} \times ٢ + \frac{٢}{٣} \times ....$

(٦) $-(|-٦| + |-١|) = ...$

(٣) (أ) احسب ناتج: (١٢ درجة)

① $[\frac{٢}{٩} + (-\frac{٤}{٩})] + (-\frac{٣}{٩})$

② $١\frac{٣}{٤} - (-٢\frac{١}{٢})$

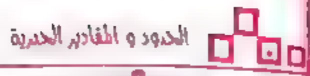
(ب) أيهما أكبر ٠,٣ أم $\frac{١}{٣}$ وأوجد الفرق بينهما ثم أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بينهما

(جـ) استخدم خواص الضرب لتسهيل إيجاد ناتج: $-\frac{٣}{٧} \times ٩ + ٤ \times (\frac{-٣}{٧}) + (\frac{-٣}{٧})$

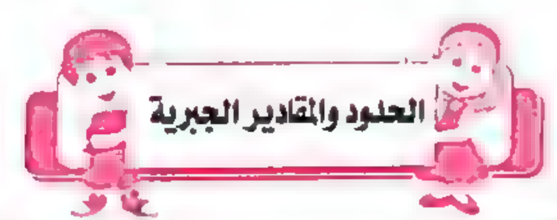












الرياضيات : هى لغة الرموز فنحن نستخدم الرموز المختلفة لنعبر عن أعداد أو أشياء مختلفة لتدل عليها

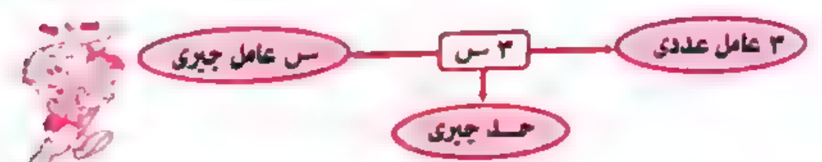
فمثلاً :

يمكن التعبير عن تفاحة بالرمز الجبرى أ أى بدلاً من استخدام كلمة تفاحة نستخدم بدلاً منها حرف واحد للسهولة نسميه رمز جبرى يدل عليها أو يعبر عنها وعلى ذلك فإن ثلاث تفاحات تعنى ٣ أ أى أن أ + أ + أ = ٣ أ وهى تعنى ٣ × أ وتسمى حداً جبرياً و تتكون من جزئين ٣ ، أ و كل منهما يسمى عامل

تعريف

الحد الجبرى : هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

فمثلاً : ٣ س حداً جبرياً يتكون من عاملين الأول ٣ و يسمى عامل عددى (أو معامل الحد الجبرى) والعامل الثانى س ويسمى عامل جبرى (أو العامل الرمزى)



٧ س^{٢} حداً جبرياً يتكون من ٣ عوامل هى ٧ ، س ، س

- س حد جبرى لا يتكون من عامل واحد ولكن يتكون من عاملين هما ١ ، س
- ٢ س^{٢} حد جبرى يتكون من ثلاثة عوامل هى ٢ ، س ، س

تعريف

درجة الحد الجبري : هي مجموع أسس العوامل الجبرية المكونة لهذا الحد

مثلاً : الحد الجبري ٢ أ من الدرجة الأولى لأن أس الرمز أ يساوي ١

الحد الجبري ٧ $س^{٢}$ من الدرجة الثانية لأن أس الرمز س يساوي ٢

الحد الجبري -٢ س ص من الدرجة الثانية لأن مجموع أسس س ، ص يساوي ٢

لاحظ أن :

أي عدد يعتبر حداً جبرياً من الدرجة صفر ويسمى بالحد المطلق فالعدد ٦ حد جبري من الدرجة صفر لأنه يمكن كتابته على الصورة ٦ $س^{صفر}$ (حيث $س^{صفر} = ١$)

تعريف

المقدار الجبري : هو ما تكون من حد أو أكثر

درجة المقدار الجبري : هي أعلى درجة للحدود الجبرية المكونة له

مثلاً : ٢ أ + ٢ $ب^{٢}$ مقدار جبري يتكون من حدين و هو من الدرجة الثانية

لأن أعلى درجة لحدوده هي ٢ و هي درجة الحد ٣ $ب^{٢}$

٢ أ ب + ٢ أ $ب^{٢}$ - $ب^{٢}$ + ٥ مقدار جبري يتكون من ٤ حدود و هو من الدرجة الثالثة

لأن أعلى درجة لحدوده هي ٣ و هي درجة الحد ٢ أ $ب^{٢}$



مثال ١ اكتب معامل ودرجة وعدد عوامل كل حد مما يأتي :

٢ س ص ، -٣ س $ص^{٢}$ ، $س^{٢}$ $ص^{٢}$ ، س

الحل

الحد	المعامل	الدرجة	عدد العوامل
الحد ٢ س ص	معامله ٢	ودرجته الثانية	وعدد عوامله ٣
الحد -٣ س $ص^{٢}$	معامله -٣	ودرجته الثالثة	وعدد عوامله ٤
الحد $س^{٢}$ $ص^{٢}$	معامله ١	ودرجته الرابعة	وعدد عوامله ٥
الحد س	معامله ١	ودرجته الأولى	وعدد عوامله ٢

مثال ٢ اكتب معامل ودرجة وعدد عوامل كل حد في المقدار الجبري الآتي :

٤ $س^{٣}$ - ٥ $س^{٢}$ + ٢ س + ٧ ثم أوجد درجة المقدار الجبري

الحل

الحد	المعامل والدرجة	عدد العوامل
الحد ٤ $س^{٣}$	معامله ٤ ودرجته الثالثة	وعدد عوامله ٤
الحد -٥ $س^{٢}$	معامله -٥ ودرجته الثانية	وعدد عوامله ٣
الحد ٢ س	معامله ٢ ودرجته الأولى	وعدد عوامله ٢
الحد ٧	معامله ٧ ودرجته الصفر و عدد عوامله ١ ويسمى الحد المطلق	

والمقدار الجبري من الدرجة الثالثة (لأن أعلى درجة لحدوده هي الدرجة الثالثة)

مثال ٣ رتب المقدار الجبري ٢ - ٧ $س^{٢}$ + ٣ س + ٦ $س^{٣}$

الحل

لاحظ أن ترتيب المقدار الجبري يكون حسب أسس أحد الرموز الجبرية الموجود في المقدار ويكون ترتيب تنازلي أو ترتيب تصاعدي ويفضل الترتيب التنازلي في الحلول

ترتيب تنازلي حسب أسس س : ٦ $س^{٣}$ - ٧ $س^{٢}$ + ٣ س + ٢

ترتيب تصاعدي حسب أسس س : ٢ + ٣ س - ٧ $س^{٢}$ + ٦ $س^{٣}$

لاحظ أنه عند الترتيب فإن كل حد يحتفظ بإشارته

مثال ٤ رتب المقدار ٢ $س^{٣}$ ص + ٣ $ص^{٤}$ - ٥ س $ص^{٣}$ + ٤ $س^{٢}$ $ص^{٢}$

(١) حسب أسس س التنازلية (٢) حسب أسس ص التنازلية

الحل

(١) حسب أسس س التنازلية : ٢ $س^{٣}$ ص + ٤ $س^{٢}$ $ص^{٢}$ - ٥ س $ص^{٣}$ + ٣ $ص^{٤}$

(٢) حسب أسس ص التنازلية : ٣ $ص^{٤}$ - ٥ س $ص^{٣}$ + ٤ $س^{٢}$ $ص^{٢}$ + ٢ $س^{٣}$ ص

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل الجدول الآتى لإيجاد معامل كل حد جبرى ودرجته وعدد عوامله :

الحد	٣ س	$-٢أ$	$س^٤$	٢أب	$٤أب^٢$	$٥أ^٢ب^٢$	-٧	$(-٢)^٢$	$٢أ^٢ب$
معامله									
درجته									
عدد عوامله									

تدريب (٢)

رتب المقادير الجبرية الآتية تنازلياً مرة و تصاعدياً مرة حسب أسس الرمز س :

① $٥ س + ٣ س^٢ + ٧$ ② $٢ س^٢ ص^٢ + ٤ س^٣ ص - س ص^٣$

الحل

① تنازلياً : .... + ... + ...

تصاعدياً : ٧ + ... + ...

② تنازلياً : $٤ س^٣ ص$ ... .

تصاعدياً : ....





تمارين (٦) على الحدود والمقادير الجبرية



أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك



$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① $\left(-\frac{١٨}{٥} \div \frac{٩}{٣٥}\right) \times \left(\frac{-٣}{٧}\right) = ...$ [−١٤ ، −٦ ، ٦ ، $\frac{٣}{٢}$]

② العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ هو ....

[$\frac{٧}{١٥}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ ، $\frac{١٧}{٣٠}$ ، $\frac{٤}{٥}$]

③ إذا كان $أ \times \frac{ب}{٢} = \frac{أ}{٢}$ فإن ب = ... [أ ، ١ ، −١ ، $\frac{أ}{٢}$]

④ $٢\frac{١}{٢} - \left(-١\frac{١}{٦}\right) = ...$ [$٣\frac{١}{٣}$ ، $-١\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{١١}{٣}$]

٤ درجات

(ب) ① باستخدام خاصية التوزيع **أوجد** ناتج $٩ \times \frac{٥}{١٧} + ٨ \times \frac{٥}{١٧}$

....

② **أوجد** عددين نسبيين يقعان بين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$

....

....

٣ درجات

(جـ) إذا كان $س = -\frac{١}{٣}$ ، $ص = \frac{٣}{٤}$ ، $ع = -٣$ **فأوجد** القيمة العددية لكل من :

① س ص + ص ع ② س ص ÷ ع

....

....

....

....



٣ درجات



ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتي :

(١) الحد الجبرى ٣ $س^٢$ معامله هو .... و درجته هى ....
(٢) الحد الجبرى ٢ س ص معامله هو .... و درجته هى ....
(٣) الحد الجبرى س معامله = ... و درجته هى ....
(٤) درجة الحد المطلق فى أى مقدار جبرى هى ....
(٥) عدد عوامل الحد الجبرى ٢ أ $ب^٢$ هو .... و درجته ....
(٦) عدد عوامل الحد الجبرى ٣ $س^٢$ هو .... و درجته ....
(٧) المقدار الجبرى ٣ $س^٢$ + ٥ س + ٧ من الدرجة .... وعدد حدوده ....
(٨) المقدار الجبرى ٢ $س^٢$ ص + ٣ س $ص^٢$ + ٥ $س^٢$ $ص^٢$ من الدرجة ....

(٣) أكمل الجدول الآتى :

الحد الجبرى	معامله	درجته	عوامله	عدد عوامله
-٧	....	....	....	....
٢ أ $ب^٢$	....	١+٢=٣	٢ ، أ ، ب ، ب	....
٧ أ $ب^٢$ هـ	....	....	....	....
-٨ $س^٢$ أ	....	....	....	....
س $ص^٢$	....	....	....	....

(٤) أكمل الجدول الآتى :

المقدار الجبرى	عدد حدوده	اسم المقدار الجبرى	درجته
٣ $س^٢$ + ص	....	مقدار ذو حدين	....
٥ $س^٢$ - ٧ س + ٤	....	مقدار ثلاثى	....
٢ $أ^٢$ ب + ٣ أ $ب^٢$ - $أ^٢$ $ب^٢$	....	....	....
$س^٢$ $ص^٢$ - ٣ س $ص^٤$	....	....	....
$أ^٤$ ب - ٣ أ $ب^٣$ + ٢ $أ^٢$ $ب^٢$ + $ب^٤$	....	....	....



مسائل المستوى الثانى

(٥) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) الحد الجبرى ٤ أ $ب^٢$ من الدرجة ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٢) عدد عوامل الحد الجبرى ٢ أ $ب^٢$ هو ....
[١ أ، ٢ أ، ٣ أ، ٤]

(٣) معامل الحد الجبرى -٤ س ص هو ....
[٤ أ، -٤ أ، ٤ س أ، ٤ ص]

(٤) المقدار ٣ $س^٣$ + ٤ س $ص^٢$ + ٢ $س^٢$ $ص^٢$ من الدرجة ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٥) معامل الحد الجبرى ٢ $أ^٣$ $ب^٤$ $هـ^٥$ هو ....
[٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ١٢]

(٦) درجة المقدار الجبرى ٢ س + ٣ $ص^٢$ هى ....
[الأولى أ، الثانية أ، الثالثة أ، الرابعة]

(٧) عدد عوامل الحد الجبرى س هو ....
[صفر أ، ١ أ، ٢ أ، ٣]

(٨) المقدار $أ^٤$ ب $هـ^٣$ - ٣ $أ^٢$ $ب^٢$ $هـ^٢$ + $أ^٣$ $ب^٣$ هـ مرتب تنازلياً حسب قوى الرمز ....
[أ أ، ب أ، هـ أ، غير ذلك]

(٩) درجة الحد الجبرى $س^٤$ ص تساوى درجة الحد الجبرى ....
[$س^٢$ $ص^٢$ أ، $س^٢$ $ص^٣$ أ، $س^٤$ $ص^٢$ أ، $ص^٤$ $س^٢$]

(١٠) إذا كانت درجة الحد الجبرى $أ^٢$ $ب^ن$ هى ٦ فإن ن = ...
[٢ أ، ٣ أ، ٤ أ، ٦]

(٦) اذكر معامل و درجة كل حد جبرى ثم اذكر عدد عوامله فى كل مما يأتى :

(١) ٥ س (٢) ٥ $س^٢$ (٣) -٣ $أ^٢$ (٤) ٢ س ص
(٥) $س^٣$ (٦) س $ص^٢$ (٧) $أ^٢$ $ب^٢$ (٨) ٤ $س^٢$ ص
(٩) -٢ أ $ب^٢$ (١٠) ٢ س ص ع (١١) ٧ أ ب $هـ^٢$ (١٢) ٣ $أ^٢$ ب



٧ عين درجة كل من المقادير الجبرية الآتية :

① $٢س + ٣$ ② $٣س^{٢} - ٢س$

③ $٣س^{٣} - س^{٢}$ ④ $٢ + ٤ص^{٢} - ٥ص$

⑤ $٢أب^{٢} + ٣أ^{٢}ب + ٥$ ⑥ $٢س ص^{٢} + ٤س^{٣} ص^{٤} + ١٢س^{٦}$

٨ رتب كلاً من المقادير الآتية مرة تنازلياً ومرة تصاعدياً حسب أسس الرمز أ :

① $٢ + ٣أ^{٢} - ٥أ$ ② $٥أ + أ^{٢} - ٧ + أ^{٣}$

③ $٣أ + ٤ - ٢أ^{٣} + ٣أ^{٢}$ ④ $٧ + ٢أ^{٤} - ٣أ + ٥أ^{٣} - ٤أ^{٢}$

⑤ $أ^{٢}ب^{٢} + ٣أب^{٤} - ٢أ^{٤}ب + ٧أ^{٣}ب^{٣}$ ⑥ $٤أ^{٣}ب^{٢} + ٦أ^{٤}ب - ٩أب^{٤} - ٧أ^{٢}ب^{٣}$

⑦ $أ^{٤}ب + أب^{٥} + أ^{٣}ب^{٢} + أ^{٢}ب^{٤}$ ⑧ $٧أب + ٥أ^{٥}ب^{٣} - ٣أ^{٢}ب^{٥}$



٩ اذكر معامل ودرجة الحد الجبري $٢^{٣}$

١٠ أكمل ما يأتي :

① الحدان الجبريان $٢أ^{٣}ب^{٢ن+١}$ ، $٣أ^{م}ب^{٦}$ من الدرجة التاسعة

فإن ن = ... ، م = ...

② إذا كانت درجة الحد الجبري $٣س^{٢}ص^{٢}$ هي درجة الحد الجبري $٢أ^{ن}$

فإن ن = ...

١١ في الشكل المقابل :

اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة المنطقة المظللة ثم اذكر درجته

مساحة الدائرة = π نق^{٢}



الحدود الجبرية المتشابهة

تعريف

تشابه الحدود الجبرية : هو تشابه الرموز الجبرية المكونة لعواملها بالإضافة إلى تساوى أسس هذه الرموز بغض النظر عن المعاملات العددية للحدود

فمثلاً : الحدود الجبرية المتشابهة مثل أ ، ٢أ ، ٦أ

أو $س^{٢}ص$ ، $٤س^{٢}ص$ ، $-٣ص س^{٢}$

والحدود الجبرية الغير متشابهة مثل ٢أ ، $٣أ^{٢}$ ، $أ^{٣}$ (غير متشابه لاختلاف الأسس)

أو $أب^{٢}$ ، $٢س^{٢}ص$ ، $جـ^{٢}ء^{٢}$ (غير متشابه لاختلاف الرموز الجبرية)

اختصار المقدار الجبري

اختصار المقدار الجبري : يعنى وضع المقدار الجبري فى أبسط صورة وذلك عن طريق جمع الحدود المتشابهة

وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :



أمثلة توضيحية

١ اجمع الحدود الجبرية فى كل مما يأتى :

① ٢أ ، ٤أ ، -٣أ ، أ

② $٥ب^{٢}$ ، $-٣ب^{٢}$ ، $ب^{٢}$

③ $٤س ص^{٢}$ ، $٣س ص^{٢}$ ، $س ص^{٢}$ ، $-٦س ص^{٢}$

الحل

(١) حاصل الجمع = ٢أ + ٤أ + (-٣أ) + أ

= (٢ + ٤ - ٣ + ١) أ = ٤أ

(٢) حاصل الجمع = ٥ ب^{٢} + (-٣ ب^{٢}) + ب^{٢}

= (٥ - ٣ + ١) ب^{٢} = ٣ ب^{٢}

ملاحظة

عند جمع أو طرح الحدود المتشابهة فإننا نجمع أو نطرح معاملات الحدود أما الرموز الجبرية فتظل كما هي

(٣) حاصل الجمع = ٤ س ص^{٢} + ٣ س ص^{٢} + س ص^{٢} + (-٦ س ص^{٢})

= (٤ + ٣ + ١ - ٦) س ص^{٢} = ٢ س ص^{٢}

مثال ٢ اختصر ما يأتي إلى أبسط صورة:

(١) ٢أ + ٥ب + ٤أ - ٣ب (٢) ٤ س^{٢} - ٦ س - ٥ س^{٢} + ٤ س + ٣ س^{٢}

الحل

لاحظ أن كل مقدار يحتوي على مجموعتين من الحدود المتشابهة لذلك يجب فصلهما عن بعضهما باستخدام خاصيتي الإبدال والدمج

(١) المقدار = ٢أ + ٥ب + ٤أ - ٣ب

= (٢أ + ٤أ) + (٥ب - ٣ب) = ٦أ + ٢ب

لاحظ أن

٦أ + ٢ب ≠ ٨أب

لأنه لا يمكن جمع حدود غير متشابهة

(٢) المقدار = ٤ س^{٢} - ٦ س - ٥ س^{٢} + ٤ س + ٣ س^{٢}

= (٤ س^{٢} - ٥ س^{٢} + ٣ س^{٢}) + (-٦ س + ٤ س)

= ٢ س^{٢} - ٢ س

مثال ٣ اختصر ما يأتي إلى أبسط صورة:

(١) ٣ س + ٤ ص + ٢ س - ٣ ص - ٤ س

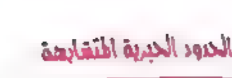
(٢) ٢ س ص^{٢} + ٣ س^{٢} ص - ٧ س ص^{٢} + ٤ س^{٢} ص

الحل

(١) المقدار = (٣ س + ٢ س - ٤ س) + (٤ ص - ٣ ص) = س + ص

(٢) المقدار = (٢ س ص^{٢} - ٧ س ص^{٢}) + (٣ س^{٢} ص + ٤ س^{٢} ص)

= -٥ س ص^{٢} + ٧ س^{٢} ص







أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج كل مما يأتي:

(١) ٢ س + ٣ س = ... (٢) ٥أ^{٢} - ٤أ^{٢} = ...

(٣) ٢أ + ٣أ + أ = ... (٤) ٢ س^{٢} + ٤ س^{٢} - ٥ س^{٢} = ...

تدريب (٢)

أكمل ما يأتي لاختصار المقدار الجبري إلى أبسط صورة:

٣أ - ٢ب + ٤أ - ٢أ + ٧ب - ب

الحل

المقدار = ٣أ - ٢ب + ٤أ - ٢أ + ٧ب - ب (نجمع كل مجموعة حدود متشابهة مع بعضها)

= (٣أ + ... - ......) + (-٢ب ....) = ...

اختبار على الوحدة الثانية

(١) أكمل ما يأتي:

١) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ..... (بنفس النمط)

٢) إذا كان الحد الجبري ٣ س^ن من الدرجة الرابعة فإن ن = ...

٣) $-\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، |١| − $\frac{١}{٤}$ = ...

٤) درجة المقدار ٢ س² + ٤ س ص² + ٣ ص³ هي ....

(٢) أ) باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة $\frac{٢}{٥} \times ٨ - \frac{٢}{٥} \times ٢ + \frac{٢}{٥} \times ٤$

....

....

ب) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $-\frac{١}{٥}$ ، $-\left|\frac{-١}{٤}\right|$

....

....

(٣) أ) أوجد العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ **من جهة اليسار**

....

....

ب) في أبسط صورة أوجد ناتج: $\left(-\frac{١}{٢} \times ٢\frac{١}{٢} ٣\right) \div \frac{٣}{٨}$

....

....

---

(١) أكمل ما يأتي:

١) ٢ س + ٤ س = ...

٢) س + ٣ س = ...

٣) ٤أ − أ = ...

٤) ٢أ + ٣أ − أ = ...

٥) −٣ س − ٥ س = ...

٦) ٢ أ² + ٥ أ² = ...

٧) −٤ س² + س² = ...

٨) ٢ أ ب + ٦ أ ب = ...

(٢) أكمل الجدول الآتي:

الحدود الجبرية	حدود متشابهة	حدود غير متشابهة
−٢ س ، ٢ س ص ، س ، −ص	−٢ س ، س	....
−أ ب² ، ٢ أ² ب ، ٣ ب² أ ، −أ ب	....	٢ أ² ب ، −أ ب
س² ص ، س ص² ، −٣ س² ص	....	....
٣ أ² ، −٤ أ³ ، أ² ، −٣ أ²	....	....

(٣) أوجد ناتج ما يأتي:

١) ٢ س + ٣ س

٢) ٤ ص − ٢ ص

٣) ٤أ − ٦أ

٤) −٣ س − ٥ س

٥) ٢ س ص + ٣ ص س

٦) ٣ ب² + ٥ ب²

٧) ٤أ + ٣أ + ٥أ + ٨أ

٨) ٨أ − ٢أ + ٤أ − ٩أ

٩) ٢ ل − ٧ ل − ٤ ل + ٦ ل − ل

١٠) ٥ ل م − ٤ ل م − ٢ ل م + ل م



مسائل المستوى الثانى

٥ أكمل ما يأتى :

① $٣أ - ب + ٢أ + ٤ب =$ ....

② $٢س + ٣ص - ٤س - ٢ص =$ ....

③ $٣ل - ٢م - ل + ٢م =$ ....

④ $٤م + ٣ن - ٤م - ٣ن =$ ....

⑤ $س + ٣ص - ٦س + ٤ص =$ ....

⑥ $٢أ^{٢} - ٣ب^{٢} + ٤أ^{٢} + ٦ب^{٢} =$ ....

⑦ $أ - ٢ب + ٣أ + ب - ٣أ + ٢ب =$ ....

⑧ $٣أب^{٢} - ٤أ^{٢}ب + ٢أب^{٢} - أ^{٢}ب =$ ....

٦ اختصر كلاً من المقادير الآتية إلى أبسط صورة :

① $٢أ + ٢ب + أ - ب$

② $٤س + ٨ص + ٢س - ٥ص$

③ $٢أ + ٧ + ٣أ - ٢$

④ $٣أ - ٤ - أ - ٦$

⑤ $٦أ - ب + ٢أ + ٣ب - ٤أ$

⑥ $٥أ - ٦ب - ٣أ + ٢ب - ٢أ$

⑦ $أ^{٢} + ٤أ - ٥ + ٣أ^{٢} - ٦أ + ١$

⑧ $٢س^{٣} + ٣س^{٢} + ٤س^{٣} - ٥س^{٢}$

⑨ $٥س^{٢} - ٢س + ٨ - ٧س - ٣ + س^{٢}$

⑩ $٣س^{٢}ص - ٢س ص^{٢} - س^{٢}ص - ٤س^{٢}ص + ٤س ص^{٢}$

⑪ $٣س^{٢}ص + ٤س ص^{٢} - ٢ص^{٣} + ٣ + س^{٢}ص + ٣ص^{٣} - ٤$

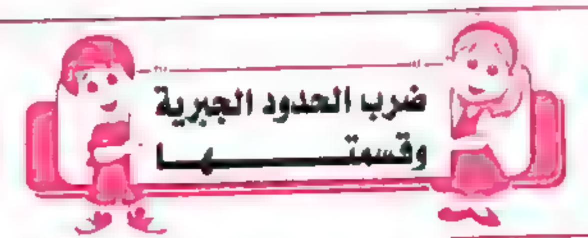
مسائل المتفوقين

٧ ① إذا كان $أ + ب = ٢$ فأوجد القيمة العددية للمقدار $٤أ - ٩ب - ٥أ + ٨ب$ [-٢]

② إذا كان الحدان الجبريان $٣أ^{٢}ب^{ن+٢}$ ، $أ^{٢}ب^{٥}$ متشابهان فأوجد قيمة ن

③ درجة المقدار الجبرى $(٢أب - ب^{٢}) + ب^{٣} + ١$ هى ....





ضرب الحدود الجبرية

عند ضرب عدة حدود جبرية نتبع الخطوات التالية :

① نضرب إشارات الحدود الجبرية تبعاً للقواعد التى درست فى الأعداد الصحيحة

② نضرب معاملات الحدود

③ نضرب العوامل الرمزية ذات الأساسات المتشابهة و ذلك بجمع أسسها مع ملاحظة أن العوامل الرمزية غير المتشابهة تكتب كما هى

فمثلاً : عند ضرب $-٢أ \times ٣أ^{٢}$ فإننا نضرب المعاملان (-٢×٣) ثم نضرب الرموز المتشابهة $أ \times أ^{٢}$ فتصبح $-٢أ \times ٣أ^{٢} = (-٢ \times ٣) \times (أ \times أ^{٢}) = -٦أ^{١+٢} = -٦أ^{٣}$

لاحظ أن



عند ضرب العوامل الجبرية فإننا نكتب نفس الأساس المتشابه ونجمع الأسس

أى أن $أ^{٢} \times أ^{٣} = أ^{٢+٣} = أ^{٥}$ ، $أ^{٢}ب^{٣} \times أ^{٤}ب^{٣} = أ^{٢+٤}ب^{٣+٣} = أ^{٦}ب^{٦}$

قسمة حد جبرى على حد جبرى آخر

لقسمة حد جبرى على حد جبرى آخر نتبع الخطوات التالية :

① نقسم إشارات الحدين الجبريين (المقسوم والمقسوم عليه)

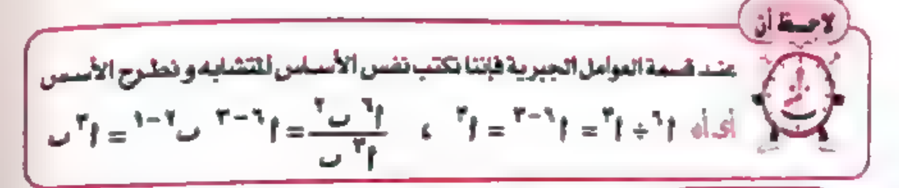
② نقسم معامل المقسوم على معامل المقسوم عليه

③ نقسم العوامل الرمزية ذات الأساسات المتشابهة و ذلك بطرح أسسها مع ملاحظة أن العوامل الرمزية غير المتشابهة تكتب كما هى

فمثلاً : عند قسمة $\frac{-٦ أ^{٣} ب^{٥}}{-٢ أ^{٢} ب^{٣}}$ فإننا نقسم الأشارات و الأعداد (المعاملات)

أى $-٦ ÷ (-٢)$ ثم نقسم الرموز المتشابهة أى $(أ^{٣} ÷ أ^{٢})$ ثم $(ب^{٥} ÷ ب^{٣})$

فتصبح $\frac{-٦}{-٢} \frac{أ^{٣}}{أ^{٢}} \frac{ب^{٥}}{ب^{٣}} = ٣ أ^{٣-٢} ب^{٥-٣} = ٣ أ ب^{٢}$



لاحظ أن

عند قسمة العوامل الجبرية فإننا نكتب نفس الأساس المتشابه و نطرح الأسس

أى أن $أ^{٦} ÷ أ^{٣} = أ^{٦-٣} = أ^{٣}$ ، $\frac{أ^{٦} ب^{٢}}{أ^{٣} ب} = أ^{٦-٣} ب^{٢-١} = أ^{٣} ب$

تذكر أن

درست في العام السابق ما يلي :

- محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢
- مساحة المستطيل = الطول × العرض
- محيط المربع = طول الضلع × ٤
- مساحة المربع = طول الضلع × نفسه
- حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع
- المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع
- المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين
- حجم المكعب = طول الحرف × نفسه × نفسه
- المساحة الجانبية لمكعب = مساحة الوجه × ٤
- المساحة الكلية لمكعب = مساحة الوجه × ٦



أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد ناتج ضرب كلاً مما يأتي :

(١) $٢أ × ٣ب$ (٢) $-٢أ ب × ٣أ$

(٣) $٢ س ص^{٢} × ٤ س^{٢} ص^{٣} ع$ (٤) $٢أ ب^{٢} × -٣أ ب هـ × -أ^{٢} هـ$

الحل

(١) $٢أ × ٣ب = (٢ × ٣) × (أ × ب) = ٦ أ ب$

(٢) $-٢أ ب × ٣أ = (-٢ × ٣) × (أ × أ) × ب = -٦ × أ^{١+١} × ب = -٦ أ^{٢} ب$

(٣) $٢ س ص^{٢} × ٤ س^{٢} ص^{٣} ع = ٨ × س^{١+٢} × ص^{٢+٣} × ع = ٨ س^{٣} ص^{٥} ع$

(٤) $٢أ ب^{٢} × -٣أ ب هـ × -أ^{٢} هـ = ٦ أ^{٤} ب^{٣} هـ^{٢}$ (بنفس الطريقة السابقة ويمكن التحقق شفهياً)

مثال ٢ أوجد خارج قسمة $١٢ س^{٥}$ على $٤ س^{٢}$

الحل

$\frac{١٢ س^{٥}}{٤ س^{٢}} = ٣ س^{٥-٢} = ٣ س^{٣}$

لاحظ أن: قسمنا المعاملات ثم قسمنا العوامل الرمزية المتشابهة بطرح الأسس

مثال ٣ أوجد خارج قسمة $٨ س^{٣} ص^{٤} ع^{٢}$ على $-٢ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢}$

الحل

$\frac{٨ س^{٣} ص^{٤} ع^{٢}}{-٢ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢}} = -٤ س ص^{٢}$

لاحظ أن: العوامل الرمزية المتشابهة تحذف إذا كان لها نفس الأسس و يجاورها رموز أخرى

٣ مستطيل طوله ٤ س و عرضه ٣ س من السنتيمترات احسب مساحته

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٤ س × ٣ س = ١٢ س^2 سم^2

٤ في الشكل المقابل: اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مجموع مساحات المستطيلات

الحل

مساحة المستطيل الأول = س × ٣ س = ٣ س^2

مساحة المستطيل الثاني = ٢ × س = ٢ س

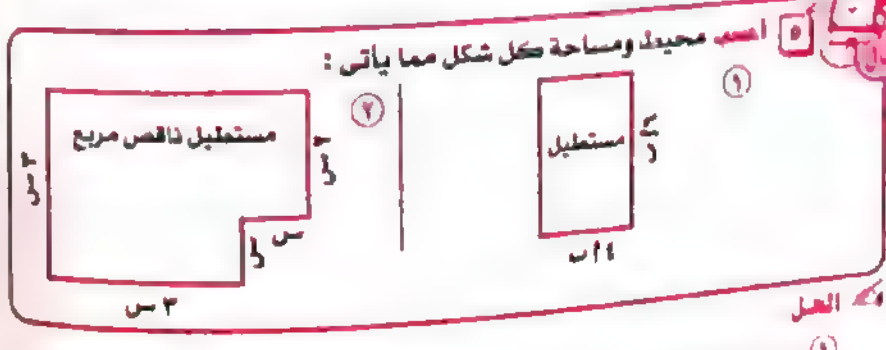
مساحة المستطيل الثالث = ٣ × ٣ س = ٩ س

مساحة المستطيل الرابع = ٢ × ٣ = ٦

مجموع المساحات = ٣ س^2 + ٢ س + ٩ س + ٦

= ٣ س^2 + ١١ س + ٦

٥ احسب محيط ومساحة كل شكل مما يأتي:



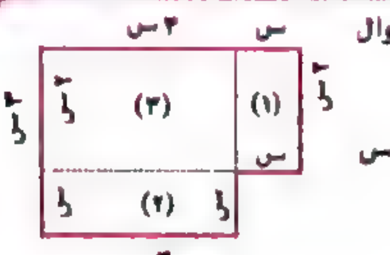
الحل

(١) محيط المستطيل = (الطول + العرض) × ٢

= (٦ أ ب + ٤ أ ب) × ٢ = ١٠ أ ب × ٢ = ٢٠ أ ب

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٦ أ ب × ٤ أ ب = ٢٤ أ^2 ب^2

(٢) نقسم الشكل حتى نتعرف على الأطوال



محيط الشكل =

٢ س + س + س + ٣ س + ٣ س + ٣ س + س

= ١٤ س

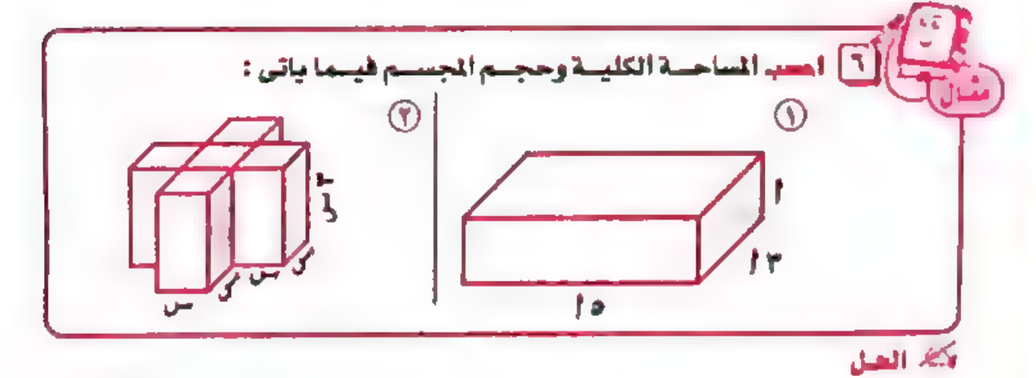
مساحة الشكل = مجموع مساحات الأشكال التي حدثت من تقسيم الشكل (أي المستطيلات الأصغر)

= مساحة المستطيل (١) + مساحة المستطيل (٢) + مساحة المستطيل (٣)

= ٢ س × س + س × ٣ س + ٣ س × ٢ س

= ٢ س^2 + ٣ س^2 + ٦ س^2 = ١١ س^2

٦ احسب المساحة الكلية وحجم المجسم فيما يأتي:



الحل

الشكل عبارة عن متوازي مستطيلات

(١) المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × ع = ٢(٣ أ + ٥ أ) × أ = ١٦ أ × أ = ١٦ أ^2

مساحة القاعدتين = ٢ × الطول × العرض = ٢ × ٣ أ × ٥ أ = ٣٠ أ^2

∴ المساحة الكلية للشكل = ١٦ أ^2 + ٣٠ أ^2 = ٤٦ أ^2

حجم المجسم = الطول × العرض × الارتفاع = أ × ٣ أ × ٥ أ = ١٥ أ^3



ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

ملاحظة : جميع الرموز المستخدمة في مسائل القسمة التالية هي أعداد صحيحة ≠ صفر

٢ أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية :

① ٣ × ٢ أ ② −٢ × −٤ س ③ ٢ س × ٣ ص

④ −٣ أ × ٢ ب ⑤ ٢ س × ٣ س ⑥ ٤ س × −٣ س

⑦ ٢ أ × ٤ أ^{٢} ⑧ ٥ ب^{٢} × −٣ ب^{٢} ⑨ ٤ أ ب × ٢ أ^{٢} ب^{٢}

⑩ ٣ س^{٢} ص × −٢ س ص^{٢} ⑪ ٢ أ ب^{٢} × ٣ أ^{٢} ب^{٢} ⑫ ٢ أ^{٢} ب × ٥ أ^{٢} ب^{٢} هـ

٣ أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ٨ أ على ٢ ② ٦ أ على ٢ أ

③ ١٥ س على س ④ ٩ س على ٩ س

⑤ ٤ س^{٢} على ٢ س ⑥ ٦ س^{٣} ص^{٢} على ٢ س ص

⑦ ٩ س^{٥} ص^{٤} على ٣ س^{٢} ص ⑧ ٨ أ^{٣} ب^{٦} على ٤ أ^{٢} ب^{٢}

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① ٢ س × ٣ س = ...

[٦ س ، ٥ س^{٢} ، ٥ س ، ٦ س^{٢}]

② ٢ ب^{٢} × ٣ ب^{٢} = ...

[٥ ب^{٢} ، ٦ ب^{٢} ، ٥ ب^{٤} ، ٦ ب^{٤}]

③ ٢ أ ب × ٣ أ ب = ...

[٥ أ ب ، ٦ أ^{٢} ب^{٢} ، (٦ أ ب)^{٢} ، ٦ أ ب]

④ −أ ب × ٢ أ^{٢} ب = ...

[−٢ أ^{٣} ب^{٢} ، −٢ أ^{٢} ب ، أ ب^{٤} ، −٣ أ ب]



(٥) ٤ س + ٢ = ...

[٢ ، ٢ س ، ٤ س ، س]

(٦) ١٢ ب ÷ (−٣ ب) = ...

[٤ ب ، −٤ ، −٤ ب ، −٤ ب^{٢}]

⑦ ٩ س^{٢} ص^{٣} ÷ ٣ س^{٢} ص^{٢} = ...

[٣ س^{٢} ص^{٣} ، ٣ س ص ، ٣ ص ، ٢٧ ص]

⑧ $\frac{\text{س}^{٣}}{\text{س}}$ + ٢ س^{٢} = ...

[٢ س^{٤} ، ٢ س^{٢} ، ٣ س^{٤} ، ٣ س^{٢}]

⑨ ٢ أ ب^{٢} ÷ صفر = ...

[٢ أ ب^{٢} ، أ ب^{٢} ، صفر ، ليس لها معنى]

⑩ ١٠ أ^{٥} ب^{٤} ÷ .... = ٢ أ^{٢} ب^{٣}

[٥ أ^{٢} ب^{٢} ، ٢ أ^{٣} ب ، ٥ أ^{٣} ب ، ٥ أ^{٢} ب^{٧}]

مسائل المستوى الثاني

٥ أكمل ما يأتي :

① ٢ س^{٢} × ٣ س = ...

② −٧ ب^{٣} × ٤ ب = ...

③ −٢ ص^{٥} × −٣ ص^{٤} = ...

④ ٢ أ ب × ٥ أ ب = ...

⑤ ٥ أ ب^{٢} × (−٢ أ^{٢} ب) = ...

⑥ ٥ س^{٣} ص^{٤} × ٢ س ص^{٢} = ...

⑦ ٨ أ ÷ ٢ أ = ...

⑧ ٩ ب ÷ (−٣ ب) = ...

⑨ ٩ س^{٥} ص^{٤} ÷ ٣ س^{٣} ص = ...

⑩ ٨ م^{٤} ن^{٣} ÷ (−٤ م ن^{٢}) = ...

⑪ −٣٢ أ^{٣} ب^{٦} ÷ (−٤ أ^{٣} ب^{٢}) = ...

⑫ −١٥ أ^{٣} ب^{٢} ÷ ٥ أ^{٢} ب = ...

⑬ −١٢ س^{٣} ص^{٢} ÷ (−٦ س^{٢} ص^{٢}) = ...

⑭ ٧ س^{٢} ص ÷ ٧ س^{٢} ص = ...

٦ أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية :

(١) $٢س^٢ \times ٣س^٤ \times -٢س^٢$ (٢) $٢أ \times -٣ب \times ٢أب$

(٣) $-٣س \times ٤ص^٢ \times -٢س^٢ص^٢$ (٤) $-س ص^٢ \times -٣س^٢ص \times ٢س^٢ص^٢$

(٥) $٢أ^٢ب^٢ \times -٥أب^٢ \times -٣ب هـ^٢$ (٦) $-٤أ^٢ب^٢ \times -٢ب هـ \times -٣هـ^٢أ^٢$

(٧) $-٦أ^٢ب^٢ \times ٢أب^٢هـ^٢ \times أ^٢هـ$ (٨) $-٣ل^٢م^٢ \times -٤ل ن^٢ \times -ل^٢م ن^٢$

٧ أوجد ناتج العمليات الآتية :

(١) $\frac{٢}{٣}أ^٤ \times \frac{٣}{٢}أ^٤$ (٢) $٣س^٢ \times \frac{١}{٩}س^٢$

(٣) $\frac{٢}{٧}أ^٢ \times ٢١أ^٥$ (٤) $٤م^٣ \times \frac{١}{٤}م^٢ \times (-٧م)$

(٥) $\frac{١٥أ^٢ب}{٢} \times \frac{١٨أب^٢}{١٠}$ (٦) $٨هـ^٢ \times (-ء) \times (-\frac{١}{٤}هـ ء^٢)$

(٧) $٣ل^٣ك \times (-\frac{٥}{٦}ك^٢) \times (-٢ل^٤)$ (٨) $\frac{٦هـ^٢ك^٢}{٧} \times \frac{٢١هـ ك^٥}{٢}$

٨ أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

(١) $١٢أ^٢ب^٣$ على $٤أب^٢$ (٢) $١٦أ^٢ب^٣هـ^٤$ على $-٨أ^٢ب^٢هـ^٢$

(٣) $-٨س^٣ص^٢ع$ على $٢س^٣ص$ (٤) $-٢٤أ^٥ب^٣هـ$ على $-٦أ^٣ب^٢هـ$

(٥) $-١٢س^٥ص^٦ع^٢$ على $٤س^٢ص^٣ع^٢$ (٦) $٨م^٤ن^٣ل^٢$ على $-٤م ن^٢ل^٢$

(٧) $١٥أ^٦ب^٤هـ^٢$ على $-٣أ^٣ب^٢هـ$ (٨) $-١٨س^٧ص^٤ع$ على $-٦س^٣ص^٣$

٩ إذا كانت س ≠ صفر ، ص ≠ صفر ، ن عدداً موجباً فاختصر كلاً مما يأتى :

(١) $\frac{١٤س^٥}{٧س^٢}$ (٢) $\frac{٩س^٣ص^٧}{٣س^٣ص^٤}$

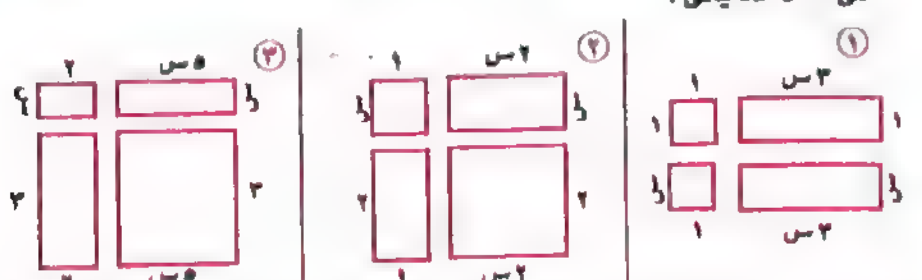
(٣) $\frac{٤س^{ن+١}}{٢س^ن}$ (٤) $\frac{٢٥ص^{٢ن+٢}}{٥٠ص^{٢ن+١}}$

(٥) $\frac{س^{٢ن}ص^{ن+١}}{-س^ن ص}$ (٦) $\frac{١٣٠س^{٥ن+٢}ص^{٢ن}}{٦٥س^{٢ن}ص^{٢ن}}$

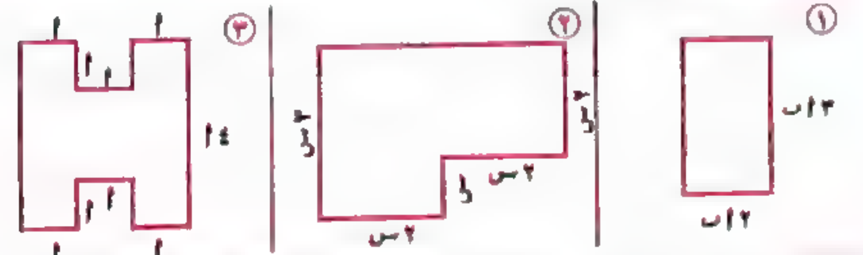




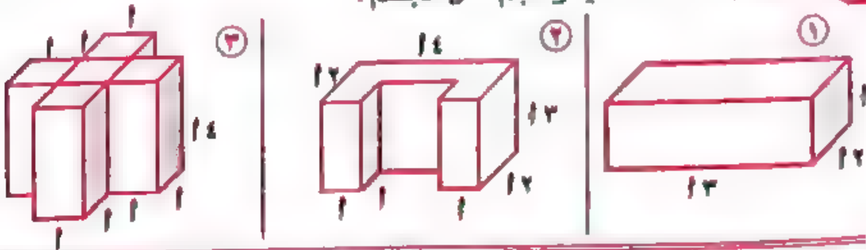

١٠ اكتب كلاً من المقادير الجبرية التى تعبر عن مجموع مساحات المستطيلات فى كلاً مما يأتى :



١١ احسب محيط ومساحة كل شكل من الأشكال الآتية حيث كل ضلع عمودى على الضلع المجاور :



١٢ احسب المساحة الكلية وحجم كل مجسم :



مسائل المتفوقين

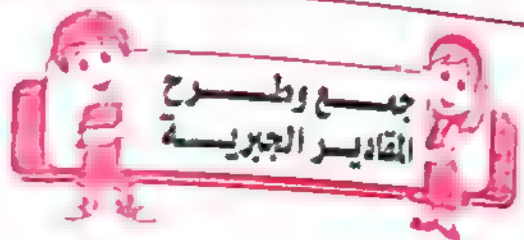
١٣ وضعت ثلاث كرات فى صندوق بحيث تلامس الكرات جميع أوجه الصندوق

احسب النسبة بين حجم الكرات الثلاثة وحجم الصندوق

(علماً بأن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}\pi$ نق^٣ ، $\pi \approx \frac{٢٢}{٧}$)







جمع أو طرح المقادير الجبرية لا يختلف عن جمع أو طرح الحدود الجبرية وذلك بجمع الحدود المتشابهة فى المقادير كل على حده أو نطرح الحدود المتشابهة فى المقادير كل على حده

يوجد طريقتان لكل من جمع وطرح المقادير الجبرية :

① الطريقة الأفقية ② الطريقة الرأسية

وسوف نوضح الطريقتان تفصيلياً فى الأمثلة التالية :



① **اجمع المقادير الآتية :**

٣أ - ٣ب - ٢هـ ، ٤أ - ٢هـ + ٢ب ، ب - ٤أ + ٥هـ

الحل

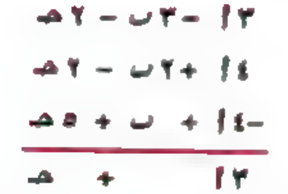
أولاً بالطريقة الأفقية :

وفى نفس الطريقة التى اتبعناها فى اختصار المقدار الجبرى بعد وضع إشارة + بين كل مقدارين

ناتج الجمع = ٣أ - ٣ب - ٢هـ + ٤أ - ٢هـ + ٢ب + ب - ٤أ + ٥هـ

= (٣أ + ٤أ - ٤أ) + (-٣ب + ٢ب + ب) + (-٢هـ - ٢هـ + ٥هـ)

= ٣أ + هـ



ثانياً : بالطريقة الرأسية :

يفضل استخدام هذه الطريقة لسهولتها وفيها نرتب المقادير بحيث تقع الحدود المتشابهة من المقادير فى أعمدة رأسية أسفل بعضها مع مراعاة ترتيب المقادير

٣أ	- ٣ب	- ٢هـ
٤أ	+ ٢ب	- ٢هـ
-٤أ	+ ب	+ ٥هـ
٣أ		+ هـ

② **اجمع المقادير الآتية :**

٢س^{٣} + ٤س^{٢} - ٥س - ١ ، ٣س^{٣} + ٣س - ٢س^{٢} ، ٣ - ٧س^{٣} + ٦س

الحل

٢س^{٣}	+ ٤س^{٢}	- ٥س	- ١
٣س^{٣}	- ٢س^{٢}	+ ٣س	
-٧س^{٣}		+ ٦س	+ ٣

ناتج الجمع = -٢س^{٣} + ٢س^{٢} + ٤س + ٢



ملاحظة

يفضل ترتيب المقادير تنازلياً حسب أسس س مع ترك مكان خالى لأى حد غير موجود فى ترتيبه

③ **اطرح** ٣أ - ب + ٢هـ من ٦أ - ٢ب + ٤هـ

الحل

أولاً : بالطريقة الأفقية :

باقى الطرح = (٦أ - ٢ب + ٤هـ) - (٣أ - ب + ٢هـ)

= ٦أ - ٢ب + ٤هـ - ٣أ + ب - ٢هـ = ٣أ - ب + ٢هـ

ثانياً : الطريقة الرأسية :

وفيها نكتب المقدار المطروح منه فى السطر الأول والمطروح فى السطر الثانى مع تغيير إشاراته (معكوسه الجمعى) مع مراعاة الترتيب

المطروح منه	٦أ	- ٢ب	+ ٤هـ
المطروح	٣أ (-)	- ب (+)	+ ٢هـ (-)
باقى الطرح	٣أ	- ب	+ ٢هـ

مثال ٤ ما زيادة س^{٢} - ٥ س - ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س - ٣ ؟

الحل

س^{٢} - ٥ س - ١

+ ٣ س^{٢} + ٢ س - ٣

مقدار الزيادة = - ٢ س^{٢} - ٧ س + ٢

ملاحظة

دائماً نكتب المقدار الذى
بعد كلمة عن فى السطر الأول
بعد كلمة ما زيادة فى السطر الأول
بعد كلمة طرح من فى السطر الأول
بعد كلمة ما نقص فى السطر الثانى
بعد كلمة إضافته إلى فى السطر الثانى

مثال ٥ ما نقص ٢ - ٤ ب - ٣ ب^{٢} عن ٥ ب^{٢} - ٢ ب + ٦ ؟

الحل

٥ ب^{٢} - ٢ ب + ٦

-٣ ب^{٢} - ٤ ب + ٢

مقدار النقص = ٨ ب^{٢} + ٢ ب + ٤

لاحظ

أننا نغير إشارة الصف الثانى عند الطرح

مثال ٦ ما المقدار الذى يلزم إضافته إلى ٤ أ - ٢ أ^{٢} + ٥ ليكون الناتج ٥ أ^{٢} + ٣ أ - ٢ ؟

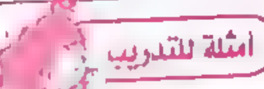
الحل

٥ أ^{٢} + ٣ أ - ٢

-٢ أ^{٢} + ٤ أ + ٥

المقدار اللازم إضافته = ٧ أ^{٢} - أ - ٧





أمثلة للتدريب

تدريب

أكمل ما يأتى لإيجاد ناتج جمع المقادير الآتية :

(١) ٢ أ + ب + حـ ، ٢ ب + حـ + ٣ أ ، أ - ٢ حـ + ٤ ب

(٢) ٢ س^{٢} - ٣ س + ٥ ، ٤ س - ٣ س^{٢} - ٤ ، ٣ س^{٢} + ١

الحل

(١) ٢ أ + ب + حـ
....
....
....

(٢) ٢ س^{٢} ....
....
....
....

تدريب

(١) اطرح ٢ أ + ٣ ب من ٣ أ - ٢ ب

(٢) اطرح ٣ س^{٢} - ٢ س - ١ من ٥ س^{٢} - ٢ س + ٤

المقدار الذى بعد كلمة .... يكتب أولاً

الحل

(١) ٣ أ - ٢ ب
....
....

(٢) ....
....
....

تدريب

(١) ما زيادة ٦ أ - ٢ ب عن ٣ أ - ٤ ب

(٢) ما نقص س^{٢} - ٥ س - ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س - ٣

الحل

المقدار الذى بعد كلمة زيادة يكتب أولاً

(١) ....
....
....
....

المقدار الذى بعد كلمة نقص يكتب ......

(٢) ....
....
....



تمارين (٩) على جمع وطرح المقادير الجبرية

نمط أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك





١/٣ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتى :

① الحد الجبرى ٣ أ ب^٢ معامله .... ودرجته .... وعدد عوامله ....

② المعكوس الضربى للعدد ٣ صفر هو ....

③ ٥٠ ٪ + $\frac{1}{4}$ = ... على صورة عدد عشرى

④ العدد النسبى .... يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{3}{7}$ ، $\frac{1}{3}$



٤ درجات

(ب) استخدم خاصية التوزيع فى إيجاد قيمة :

$$\frac{7}{12} \times \frac{23}{45} + \frac{17}{12} \times \frac{23}{45} - \frac{23}{45}$$

....

....



٣ درجات

(جـ) أوجد ناتج :

① −٢٤ أ^٥ ب^٣ هـ^٢ + (−٨ أ^٢ ب)

....

....

② $\left(5\frac{1}{16} \div 6\frac{3}{4}\right) \times \left(-2\frac{2}{9}\right)$

....

....

③ $\left(-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times -3\right)$

....

....

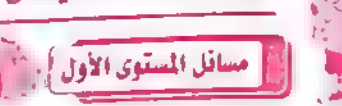


٣ درجات





ثانياً : أجب عما يأتى :



مسائل المستوى الأول

٢ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٣ أ + ٤ ب ، أ + ٢ ب

② ٢ أ − ٥ ب ، ٣ أ + ٢ ب

③ ٣ س − ٢ ص ، −٣ ص + س

④ ٢ أ − ٥ ب + هـ ، ٢ أ + ٣ ب − هـ

⑤ ٢ أ + ٣ ب + ٤ هـ ، ٢ أ − ٢ هـ + ب

⑥ ٥ س − ص + ١ ، ٤ ص − ٣ س

٣ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٥ س + ٢ ص ، ٣ س + ٧ ص ، ٢ س + ص

② ٢ أ + ٣ ب ، ٣ أ − ب ، −٤ أ − ٢ ب

③ ٢ س + ٣ ص + ٧ ، ٤ ص − ٢ س − ٥ ، ٣ س − ٨ ص + ٢

④ ٣ أ + ٤ ب − هـ ، ٢ أ + ب − ٣ هـ ، أ − ٥ ب + ٢ هـ

⑤ ٣ س + ٤ ص − ٥ ع ، ٢ ص − ٣ ع + ٢ س ، ٩ ع − ٤ س − ٥ ص

⑥ ٢ أ + ٤ ب − ٣ هـ ، ٣ ب − ٣ هـ + ٢ أ ، ٦ هـ − ٤ أ − ٥ ب

⑦ ٢ ل + ٣ م + ٤ ن ، ٣ ل − ٢ م − ٣ ن ، م − ٤ ل + ن

⑧ ٣ ل + ٥ م + ن ، ٢ م + ٤ ل ، م − ٥ ن

٤ أكمل ما يأتى :

① ناتج جمع ٢ أ − ٥ ب ، ٣ أ + ٢ ب هو ....

② ناتج جمع ٢ أ + ٣ ب ، ٣ أ − ٢ ب هو ....

③ ناتج جمع س^٢ + ٥ س ، ٢ س^٢ − ٣ س هو ....

④ ناتج جمع ٢ أ + ٣ ب + هـ ، أ + ٢ ب + ٣ هـ هو ....

⑤ نـاتـج طـرح ٧ س + ١ من ٥ س هو ....

⑥ المقدار الذى يجب طرحه من المقدار ٤ - ٢ أ ب ليكون الناتج ٤ هو ....

⑦ المقدار الذى يجب إضافته للمقدار ٢ أ ب + ٥ ب ليكون الناتج أ ب هو ....

⑧ نـاتـج جمـع ٢ أ + ٣ ب ، .... يسـاوى ٥ أ - ٢ ب

---

٥ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① مجمـوع أ + ١ ، ب + ١ ، ﻫ + ١ هو ....

[أ + ب + ﻫ + ١ أو ٣ أ ب ﻫ أو أ + ب + ﻫ + ٣ أو غير ممكنة]

② ٩ س يزيـد عـن ٩ س + ٤ بـ ....

[١٨ س - ٤ أو ١٨ س + ٤ أو ٩ س - ٤ أو -٤]

③ ٤ أ + ٣ ينقـص عـن -٣ بمقدار ....

[٤ أ أو -٤ أ + ٦ أو -٤ أ - ٦ أو -٤ أ]

④ الواحد الصحيح يزيد عن أ^{٢} + ١ بمقدار ....

[أ^{٢} أو أ^{٢} + ٢ أو -أ^{٢} أو ٢]

⑤ المقدار ٢ أ + ٣ ب يزيد عن ٣ ب - ٢ أ بمقدار ....

[٦ ب أو -٤ أ أو ٤ أ أو خلاف ذلك]

مسائل المستوى الثانى

٦ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٤ س^{٢} - ٥ س + ٧ ، ٣ س^{٢} + ٥ س - ٩

② ٣ س^{٢} - س^{٣} + ٦ س - ٥ ، ٢ س^{٣} - ٦ س + ٣ س^{٢} + ٤

③ ٤ س^{٢} - ٥ س + ٤ ، ٢ س^{٢} + ٣ س - ٢ ، ٣ + ٢ س - ٣ س^{٢}

④ ٣ س^{٢} - ٦ س + ٥ ، ٥ س^{٢} - ٣ - ٢ س ، -٤ + س^{٢} - ٣ س

⑤ ٦ س^{٢} - ٣ س + ٤ ، ٣ - ٢ س - ٥ س^{٢} ، ٢ س^{٢} - ١

⑥ س^{٣} - ٤ س^{٢} + ٢ س ، ٣ س^{٢} + ٥ س + ٤ ، ٣ - ٦ س - س^{٣}

⑦ ٤ أ^{٢} - ٧ أ + ٢ ، ٢ أ^{٣} - ٣ أ^{٢} + ٣ ، ٦ + ٥ أ^{٢} - ٣ أ^{٣}

⑧ أ^{٢} + ٢ ب^{٢} ، أ^{٢} - أ ب ، ب^{٢} + ٢ أ ب ، أ^{٢} + ب^{٢} + ٣ أ ب



٧ أوجد مجموع كلاً من المقادير الآتية :

① ٣ س ص + ٢ س^{٢} - ص^{٢} ، ٢ ص^{٢} + ٣ س^{٢} ، س^{٢} - ٢ س ص

② ٤ س^{٢} + ٧ ص^{٢} - ٣ س ص ، ٤ س^{٢} - ٥ ص^{٢} ، س ص - س^{٢}

③ ٢ س^{٢} + ٥ س ص - ٨ ص^{٢} ، ٣ ص^{٢} - ٤ س ص ، ٣ س^{٢} + ١٠ ص^{٢}

④ ١٦ أ^{٢} ب^{٢} - أ^{٣} ، أ^{٣} + ٣ أ^{٢} ب^{٢} - ب^{٣} ، ب^{٣} - ١٦ أ^{٢} ب^{٢}

⑤ ٢ أ ب + ٤ ب ﻫ + ٣ ﻫ أ ، ٢ ﻫ أ - ٢ أ ب - ٣ ب ﻫ ، ٢ ب ﻫ - ٤ ﻫ أ - ٣ أ ب

٨

① اطرح ٥ س - ٣ ص من ٨ س - ٢ ص

② اطرح ٣ أ - ٧ ب من ٢ أ - ٩ ب

③ اطـرح ٣ أ + ٢ ب - ٥ ﻫ من ٤ أ + ٤ ب - ﻫ

④ اطـرح ٤ أ^{٢} - ٧ أ ب + ٥ ﻫ من ٩ أ ب + ٥ أ^{٢} + ٥ ﻫ

⑤ اطـرح أ^{٢} + ٢ أ + ٦ من ٣ أ^{٢} - أ + ٣

⑥ اطـرح ٣ ل + ٥ م + ٧ من صفر

⑦ اطـرح ٢ س^{٢} + ٥ س - ٦ من ٢ س^{٢} + ٥ س + ٦

⑧ ما زيادة ٢ ب + أ - ﻫ عن أ - ٣ ب + ٤ ﻫ

⑨ ما زيادة س - ٣ ص - ٦ ع عن ٤ س + ٣ ص - ٦ ع

⑩ ما زيادة ٤ س^{٢} - ٥ س عن ٣ س^{٢} + ٢ س

⑪ ما زيادة ٣ س^{٢} - ٥ س + ٦ عن ٢ س^{٢} - ٤ س + ٣

⑫ ما نقص ٤ أ - ٥ ب - ٧ ﻫ عن ٦ أ + ٢ ب - ٣ ﻫ

⑬ ما نقص س^{٢} - ٥ س - ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س - ٣

⑭ ما نقص ٢ ب - ٣ ب^{٢} + ٦ عن ٤ ب^{٢} + ٥ ب - ٤

⑮ ما نقص س^{٢} - ٣ ص^{٢} - ٢ س ص عن ٢ س^{٢} - ٢ س ص - ص^{٢}

⑯ من ٤ أ + ٥ ب - ٧ ﻫ أطرح ٢ أ - ب - ٥ ﻫ

⑰ من ٢ س^{٢} - ٣ س - ٢ أطرح س^{٢} - ٤ س + ٥

⑨ ① ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ٢أ + ٣ب ليكون الناتج ٧أ + ٦ب

② ما المقدار اللازم إضافته إلى س^{2} – ٥س – ٤ ليكون الناتج ٢س^{2} + ٥س – ١

③ ما المقدار اللازم إضافته إلى ٢أ + ٤ب + ٥ ليكون الناتج صفراً

④ ما المقدار الذي يجب إضافته إلى ٢س – ٣س^{2} + ٥ ليكون الناتج مساوياً ٦ + س^{2} – س

⑤ ما المقدار الذي يجب طرحه من ٢ب + هـ – ٢أ ليكون الناتج مساوياً ٣أ + ب – هـ

⑥ ما المقدار الذي يجب طرحه من ٦ + أ^{2} – أ ليكون الناتج – ٢أ – ٣أ^{2} + ٤

⑩ ① اجمع ٣أ – ٢ب – ٥هـ ، ٧ب – أ + ٣هـ ثم اطرح الناتج من ٧ب + ٢أ – ٢هـ

② اجمع ٢س^{2} + ٥س + ٧ ، ٢ – س^{2} – ٥س ثم اطرح الناتج من ٢س^{2} – ٥

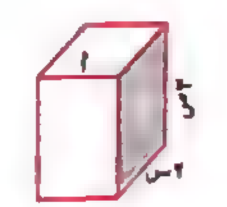
③ اجمع ٥أ – ٧ب + ٣ ، ٢ب – أ – ١ ، ٢ – ٢أ + ٤ب

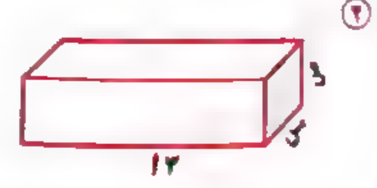
ثم اطرح الناتج من ٤أ + ٥ب + ٣

⑪ أوجد ناتج جمع أ^{2} + ٢أب – ب^{2} ، أب – ٢أ^{2} + ٢ب^{2} ، أ^{2} – ٤أب

ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كان أ = ٢ ، ب = ١ [١-]

⑫ في الشكل التالي احسب المساحة الكلية للمجسمين معاً :

① 

② 

⑬ اجمع المقادير ٣أ – ٢ب + ٧هـ ، ٥ب – ٦أ – ٣هـ ، ٤أ – ٢هـ – ب

واطرح الناتج من ٣أ – ٢ب + هـ





⑭ أوجد زيادة مجموع المقدارين الجبريين ٢أ^{2} – أب + ب^{2} ، أ^{2} + أب + ٣ب^{2} عن المقدار ٣أ^{2} + ٢أب – ٢ب^{2}

⑮ ما زيادة المقدار ٣س^{2} – ٥ + ٢س عن مجموع المقدارين س + ٥س^{2} + ١ ، ٢س^{2} – ٤ – ٢س ؟

⑯ ما نقص ٢أ – ٨ب – هـ عن مجموع ٣أ – ٣ب + هـ ، ٢أ – ٤ب – ٨هـ

⑰ أضف ٣س^{2} + ٢س ص – ٥ إلى س – ٢س^{2} – ٣س ص

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = –١ ، ص = ٢ [٣-]

⑱ إذا كان س = أ – ٢ب + هـ ، ص = ٢أ + ٣ب – ٤هـ ، ع = ب – ٤أ + هـ

فأوجد المقدار س + ص – ع بدلالة أ ، ب ، هـ

مسائل المتفوقين

⑲ اجمع المقادير الآتية:

أ^{3} + ب^{3} ، ٣أب^{2} – ٢أ^{2}ب – ٤ب^{3} ، ٣أب^{2} – ٤أ^{2}ب – ب^{3} ، ب^{3} + ٢أ^{2}ب + ٢أ^{3}

⑳ ما المقدار اللازم طرحه من س^{3}ص^{2} – ٤س^{4}ص + ٣ص^{5} – ٥س^{2}ص^{3} ليكون الناتج س^{5} + ٣ص^{5} – ٢س^{4}ص – س ص^{4} – ٦س^{2}ص^{3}

㉑ ما المقدار الذي يجب طرحه من مجموع المقدارين س^{2} + ٨س ص + ٢ص^{2} ، ٢س^{2} – ٤س ص ليكون الناتج مساوياً لباقي طرح ١٢س ص – ٤س^{2} – ٢ص^{2} من ١٢س^{2} – ٩س ص – ٥ص^{2}



ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

- الشكل المقابل مستطيل مكون من جزأين أ ، ب

	ص	٢ س
س	(أ)	(ب)

أبعاد المستطيل هى س ، ص + ٢ س

مساحة المستطيل = الطول × العرض = س × (ص + ٢ س)

وإذا أردنا إيجاد مساحة كل جزء بمفرده وهو عبارة عن مستطيل صغير نجد أن :

مساحة الجزء (أ) = س × ص = س ص ،

مساحة الجزء (ب) = س × ٢ س = ٢ س^{٢}

∴ مساحة الجزأين معاً = مساحة المستطيل = س ص + ٢ س^{٢}

من ذلك نستنتج أن س × (ص + ٢ س) = س ص + ٢ س^{٢} ومنه نستنتج القاعدة التالية :

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

عند ضرب حد فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى كل حد من حدود المقدار الجبرى

أمثلة توضيحية

١ أوجد عمليات الضرب التالية :

① ٢ (س + ٣) ② س (س − ٢)

③ ٢ أ (٣ أ − ١) ④ (٢ س + ٣) × ٥ س

الحل

① ٢ (س + ٣) = ٢ × س + ٢ × ٣ = ٢ س + ٦ (خاصية التوزيع)

② س (س − ٢) = س × س − ٢ × س = س^{٢} − ٢ س

③ ٢ أ (٣ أ − ١) = ٢ أ × ٣ أ − ٢ أ × ١ = ٦ أ^{٢} − ٢ أ

④ (٢ س + ٣) × ٥ س = ٥ س × ٢ س + ٥ س × ٣ = ١٠ س^{٢} + ١٥ س



٢ أوجد ناتج ما يأتى :

① ٢ س (٣ س^{٣} − ٥ س^{٢}) ② ٢ أ ب (أ^{٢} − ٣ أ ب^{٢} + ب^{٢})

الحل

① ٢ س (٣ س^{٣} − ٥ س^{٢}) = ٢ س × ٣ س^{٣} − ٢ س × ٥ س^{٢}

= ٦ س^{٤} − ١٠ س^{٣}

② ٢ أ ب (أ^{٢} − ٣ أ ب^{٢} + ب^{٢}) = ٢ أ ب × أ^{٢} − ٢ أ ب × ٣ أ ب^{٢} + ٢ أ ب × ب^{٢}

= ٢ أ^{٣} ب − ٦ أ^{٢} ب^{٣} + ٢ أ ب^{٣}

٣ اختصر ما يأتى لأبسط صورة :

① ٣ (٢ س + ص) + ٣ س

② ٥ (أ + ٢ ب) − ٢ (٢ أ + ٣ ب)

الحل

① المقدار = ٣ (٢ س + ص) + ٣ س (نضرب مباشرة)

= ٦ س + ٣ ص + ٣ س

= (٦ س + ٣ س) + ٣ ص

= ٩ س + ٣ ص

② المقدار = ٥ (أ + ٢ ب) −٢ (٢ أ + ٣ ب)

= ٥ أ + ١٠ ب − ٤ أ − ٦ ب

= (٥ أ − ٤ أ) + (١٠ ب − ٦ ب) = أ + ٤ ب

ملاحظة

يجب فك الأقواس أولاً ثم تجميع الحدود المتشابهة بعد فك الأقواس بأخرى

لاحظ أنه

عند فك الأقواس نضرب العدد الذى قبل القوس بإشارته فى كل حد داخل القوس



مثال ٤ اختصر ما يأتي لأبسط صورة :

٥ س + ٣ [س - ٢ - (٥ - ٢ س)]



الحل

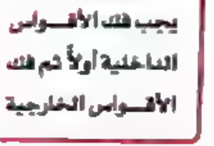
المقدار = ٥ س + ٣ [س - ٢ - (٥ - ٢ س)]

= ٥ س + ٣ [س - ١٠ + ٤ س]

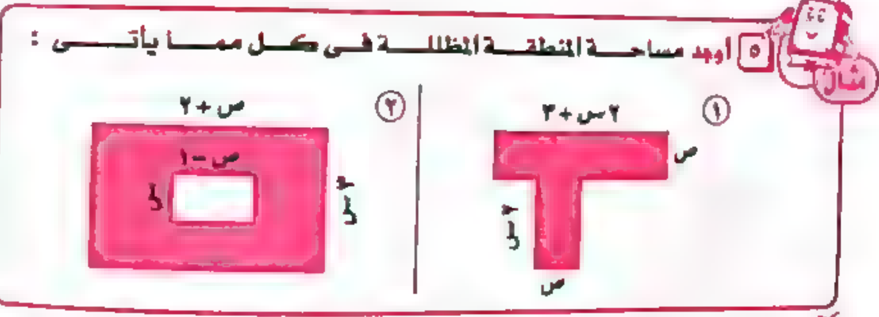
= ٥ س + ٣ س - ٣٠ + ١٢ س

= (٥ س + ٣ س + ١٢ س) - ٣٠

= ٢٠ س - ٣٠



مثال ٥ أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :



الحل

① نقسم الشكل إلى مستطيلين ونوجد مجموع مساحتيهما

مساحة الشكل = ص (٢ س + ٣) + ص × ٢ س

= ٢ س ص + ٣ ص + ٢ س ص

= ٤ س ص + ٣ ص

② مساحة الشكل = مساحة المستطيل الكبير - مساحة المستطيل الصغير

= ٣ س (ص + ٢) - س (ص - ١)

= ٣ س ص + ٦ س - س ص + س

= ٢ س ص + ٧ س



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي :

① ٢ س (٢ س + ٣ س^{٢}) = ٢ س × .... + ... × ....

= .... + ...

② -٣ أ ب (٢ أ ب - أ^{٢} ب^{٣}) = ... × .... + ... × ....

= .... + ...

تدريب (٢)

أكمل ما يأتي لاختصار المقدار الجبري إلى أبسط صورة :

٣ (س + ٢ ص) - ٢ (س - ٣ ص)

الحل

المقدار = ٣ س + ... - ..... + ... (نفك الأقواس)

= (..........) + (..........) (نضع كل مجموعة حدود متشابهة في قوس)

= .... + ... (نجمع المتشابهة)

تدريب (٣)

أكمل ما يأتي لاختصار المقدار الجبري إلى أبسط صورة :

٢ أ + ٢ [٣ ب - ٢ (أ - ب)]

الحل

المقدار = ٢ أ + ٢ [..... - ....] (نفك الأقواس الداخلية أولاً)

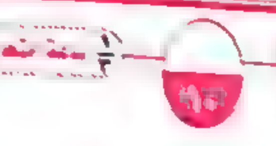
= ٢ أ + ... - ..... + ... (نفك الأقواس الخارجية)

= (٢ أ ....) + (..........) (نضع كل مجموعة حدود متشابهة في قوس)

= .... + ... (نجمع المتشابهة)



ضرب حد جبري في مقدار جبري



أولاً: راجع معلوماتك

(١) (أ) أكمل ما يأتي:

(١) $[\frac{١}{٤} - (-\frac{١}{٨})] + \frac{٥}{٨} =$ ....

(٢) $(٥\frac{١}{١١} \div ١\frac{٣}{٤}) \times (-١\frac{٧}{٩}) =$ ....

(٣) $-٣٢أ^٣ب^٢ \div (-٤أ^٢ب^٢) =$ ....

(٤) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، ١ هو ....

(٤ درجات)

(ب) (١) اختصر $٢أ^٢ + ٥أ + ١٠$ من $٦أ^٢ - ٣أ + ١$

....

....

(٢) باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة:

$\frac{٢٧}{١١} \times \frac{٩}{٤} - \frac{٢٧}{١١} \times \frac{١}{٤} + \frac{٢٧}{١١} \times ٩$

....

....

(٣ درجات)



(جـ) (١) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $|\frac{١}{٢}|$ ، $|-\frac{٧}{٨}|$

....

....

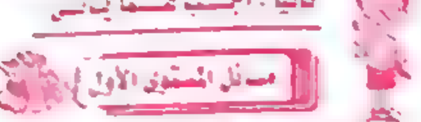
(٢) إذا كان $أ = \frac{٣}{٤}$ ، $ب = -\frac{٥}{٢}$ أوجد في أبسط صورة قيمة $\frac{أ - ب}{أ + ب}$

....

(٣ درجات)



ثانياً: أجب عما يأتي



مسائل المستوى الأول

(٢) أكمل ما يأتي:

(١) $٢(س + ٤) =$ ....

(٢) $س(س - ١) =$ ....

(٣) $أ(٣ - ....) =$ .... $- أ^٢$

(٤) $٢س(س + ...) = ... + ٦س$

(٥) $٣س(٢س - ٤ص) =$ ....

(٦) $٢س ص(٣س + ٤ص) =$ ....

(٧) $٥س(.... + ٣ص^٢) = ١٠س^٢ص +$ ....

(٨) $٢أ(.... + ...) = ٦أ^٢ + ٨أب^٢$

(٩) $....(٢أ + ...) = ٨أ^٢ + ٤أب$

(١٠) $....(٢س - ٣ص) = ... - ١٥س ص^٢$

(١١) $٣أ(.... - .... + ٢ب) = ٩أ^٣ - ٦أب^٢ +$ ....

(١٢) $٢أب(أب^٢ + ٣أ^٢ + ...) =$ .... $+ ١٠أب^٢$

(٣) أوجد ناتج ما يأتي:

(١) $٢أ(٢أ + ٣)$

(٢) $٥س(٢س + ١٠)$

(٣) $٣س(٢س - ٤)$

(٤) $٢أ(٤أ^٢ + أ)$

(٥) $٢ب(٣أ + ٤ب)$

(٦) $٣س(٢س^٢ - س - ٥)$

(٧) $-٣ك(٢ك^٢ - ٣ك - ٧)$

(٨) $٢أ(٢أ + ٣أب - ٥ب)$

مسائل المستوى الثاني

(٤) أوجد ناتج ما يأتي:

(١) $س ص^٢(٢س + ٣س ص + ٤ص)$

(٢) $٣أب^٢(٢أ^٢ + ٣أب - ٤ب^٢)$

(٣) $\frac{١}{٣}س^٢(٦س^٢ - ٩س ص - ٣ص^٢)$

(٤) $\frac{١}{٢}أ^٢(٤ب^٢ - ١٠أب + ٦أ^٢)$





⑤ - ل م^{٢} (ل^{٢} - ٣ م ل - ٤ م^{٢})

⑥ ٢ س^{٢} ص (٢ س^{٢} - ٣ س ص + ص^{٢})

---

٥ **اختصر** كلاً من المقادير الآتية لأبسط صورة :

① ٢ (أ + ٣) + أ

② ٣ (أ - ٢) + ٢ (أ + ٤)

③ ٣ (أ + ٢ ب) + أ - ٢ ب

④ ٢ أ + ٤ ب - ٢ (أ - ٣ ب)

⑤ ٩ س - ٤ (٢ س - ص) - ٣ ص

⑥ ٢ (أ + ٢ ب) + ٣ (٢ أ - ب)

⑦ ٢ (٢ س - ٥ ص) - ٣ (س - ص)

⑧ ٣ (س + ٢ ص) - ٢ (س + ٤ ص)

⑨ ٦ (٢ س - ص) - (٥ س - ٨ ص)

⑩ ٥ أ + ٣ (أ + ب - ٢) + ٢ (٤ + ٢ ب)

⑪ ٧ س - ٢ (٤ ص - ١) - ٤ (٢ س - ٣ ص + ٢)

⑫ ٢ (٥ أ - ٣ ب) + ٣ (٢ أ - ب) - ٦ (ب + ٢ أ)

---

٦ **أوجد** ناتج ضرب ٢ أ ب في (٢ أ^{٢} ب - ٣ أ ب^{٢}) ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما أ = ١ ، ب = ٢ [-٣٢]

---

٧ **أوجد** باقي طرح ٢ س (ص - ٣ س) من ٤ ص (٢ ص + ٣ س)

---

٨ **اختصر** ٣ أ (٢ أ - ١) + ٢ أ (أ + ٢) ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما أ = -١ [٧]

---

٩ **اختصر** ٢ س (س - ص) - ٣ ص (س - ٢ ص) ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما س = ٢ ، ص = -١ [١٦]

---

١٠ **اختصر** لأبسط صورة كلاً مما يأتي ثم **أوجد** قيمة الناتج عندما أ = ١ ، ب = -١

① ٢ أ (أ + ب) - ب (٣ أ - ٢ ب) + ٣ (ب^{٢} - أ^{٢}) [٥]

② ٣ أ (٤ أ - ١) + ٢ أ (أ + ٣) - ٥ أ (٢ أ - ١) [١٢]



١١ **في الشكل المقابل**

مستطيل بعداه س ، ص + ٢ س مقسم إلى جزأين



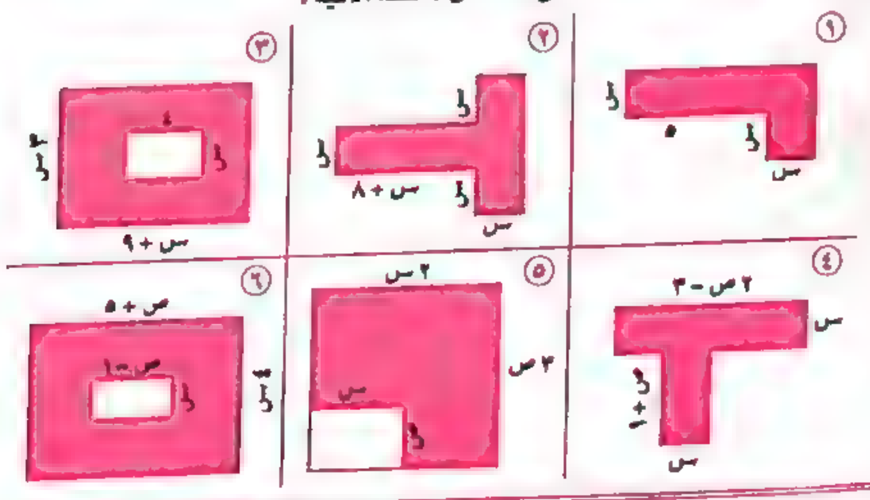
① **أوجد** مجموع مساحتي الجزأين

② **أوجد** حاصل ضرب بعدي المستطيل

③ **قارن** الإجابات في ①، ② و **اذكر** الخاصية المستخدمة التي يوضحها الشكل

---

١٢ **أوجد** مساحة كل شكل من الأشكال المظللة الآتية :



مسائل المتفوقين

١٣ ① **ما** مساحة المربع الذي طول ضلعه ٥ س من السنتيمترات

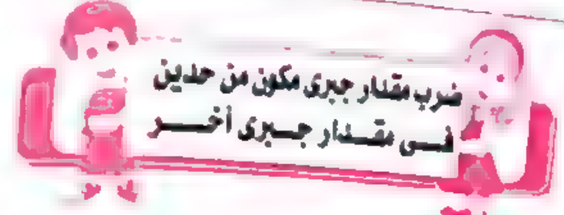
② **ما** مساحة المستطيل الذي طوله ٣ ص سم وعرضه (٤ س + ٢ ص) سم

---

١٤ **اختصر ما يأتي :**

① ٢ أ (٣ أ - ب) - ٣ أ [٢ أ - ٣ ب (أ - ٢ ب)] - ٢ ب [٣ ب - (٢ ب - أ)]

② ٢ أ [أ (٣ أ + ب) + ب (٢ أ - ب)] - ٣ ب [ب (٢ أ - ٣ ب) - أ (٢ ب - ٣ أ)]



• الشكل المقابل عبارة عن مستطيل مقسم إلى أربعة أجزاء أ ، ب ، هـ ، ء وأبعاده هى $(٢س + ٥)$ ، $(٣س + ٢)$

فإذا أردنا معرفة مساحة المستطيل فيمكن ضرب الطول × العرض

∴ مساحة المستطيل = $(٢س + ٥)(٣س + ٢)$

وأيضاً يمكن معرفة المساحة بجمع مساحات الأجزاء الأربعة

∴ مساحة المستطيل = مساحة أ + مساحة ب + مساحة هـ + مساحة ء

$= ٣س \times ٢س + ٣س \times ٥ + ٢ \times ٢س + ٢ \times ٥$

$= ٦س^{٢} + ١٥س + ٤س + ١٠ = ٦س^{٢} + ١٩س + ١٠$

مما سبق نستنتج أن :

ناتج ضرب المقدارين $(٢س + ٥)$ ، $(٣س + ٢)$ هو $٦س^{٢} + ١٩س + ١٠$

ويمكن استنتاج هذا الناتج مباشرة بطريقة تسمى **الضرب بمجرد النظر**

ويفضل استخدام هذه الطريقة إذا كان حدى المقدار الأول يشابهان حدى المقدار الثانى وذلك كما يلى :

لضرب مقدارين ذى حدين

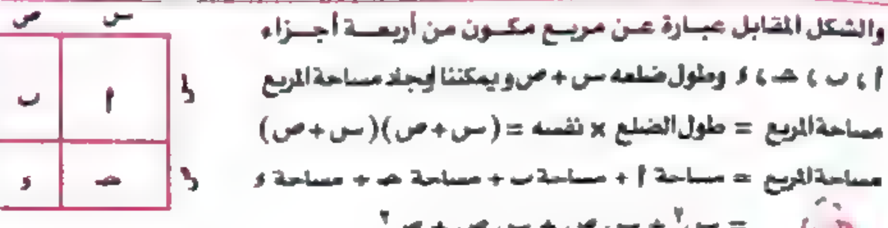
(١) نضرب الحد **الأول** من المقدار الأول × الحد **الأول** من المقدار الثانى

(٢) نضرب الحد **الثانى** من المقدار الأول × الحد **الثانى** من المقدار الثانى

(٣) نجمع حاصل ضرب الحد الأول من المقدار الأول × الحد الثانى من المقدار الثانى + حاصل ضرب الحد الثانى من المقدار الأول × الحد الأول من المقدار الثانى

فمثلاً $(س + ٢)(س + ١) = س^{٢} + ٣س + ٢$





والشكل المقابل عبارة عن مربع مكون من أربعة أجزاء أ ، ب ، هـ ، ء وطول ضلعه س + ص ويمكننا إيجاد مساحة المربع

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = $(س + ص)(س + ص)$

مساحة المربع = مساحة أ + مساحة ب + مساحة هـ + مساحة ء

$= س^{٢} + س ص + س ص + ص^{٢}$

مما سبق نستنتج أن :

$(س + ص)(س + ص) = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

أى أن $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

أى أن ناتج ضرب الحدين يعطى النتيجة السابقة ويمكن استنتاج هذا الناتج مباشرة بمجرد النظر باتباع القاعدة التالية :

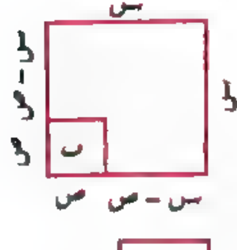
مربع مقدار ذى حدين

مربع مقدار ذى حدين = مربع الحد الأول + ٢ (الحد الأول × الحد الثانى) + مربع الحد الثانى

مع ملاحظة أن الحدان الأول والأخير موجبان دائماً بينما إشارة الحد الأوسط تكون عبارة عن حاصل ضرب إشارتى حدى المقدار الأصلى

فمثلاً $(أ \pm ب)^{٢} = أ^{٢} \pm ٢ أ ب + ب^{٢}$

فى الشكل المقابل :



إذا قطع المربع الصغير ب الذى مساحته $ص^{٢}$ من المربع الكبير الذى مساحته $س^{٢}$ يكون مساحة الجزء المتبقى $= س^{٢} - ص^{٢}$

وإذا قطع الجزء المتبقى إلى جزأين وأعيد ترتيبهم ليكونا مستطيل فإن :

مساحة المستطيل = $(س + ص)(س - ص)$

∴ $س^{٢} - ص^{٢} = (س + ص)(س - ص)$

ومنه يمكن استنتاج القاعدة التالية :

حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الحد الأول − مربع الحد الثاني

فمثلاً (أ + ب)(أ − ب) = أ^2 − ب^2

ويوجد أيضاً طريقتان لضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري أخر

① الطريقة الأفقية ② الطريقة الرأسية

وسوف نوضح الطريقتان في الأمثلة التوضيحية التالية :



مثال ① أوجد حاصل ضرب (أ + ب)(٢ س + ٣ ص)

الحل

أولاً الطريقة الأفقية : نضرب الحد الأول من المقدار الأول في المقدار الثاني كله ثم نضرب الحد الثاني من المقدار الأول × المقدار الثاني كله

(الأول × القوس كله + الثاني × القوس كله)

(أ + ب)(٢ س + ٣ ص) = أ (٢ س + ٣ ص) + ب (٢ س + ٣ ص)

= ٢ أ س + ٣ أ ص + ٢ ب س + ٣ ب ص

ثانياً الطريقة الرأسية :

نضع المقدارين أحدهما أسفل الآخر

٢ س + ٣ ص

أ + ب

نضرب أ × (٢ س + ٣ ص) فينتج ---- ٢ أ س + ٣ أ ص

نضرب ب × (٢ س + ٣ ص) فينتج ---- ٢ ب س + ٣ ب ص

بالجمع ينتج ---- ٢ أ س + ٣ أ ص + ٢ ب س + ٣ ب ص

وهي نفس نتيجة الضرب بالطريقة الأفقية



مثال ② أوجد ناتج ضرب (٢ س + ٥ ص)(٣ س − ٢ ص)

الحل

بنفس الطريقة السابقة

٢ س + ٥ ص

٣ س − ٢ ص

مع مراعاة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها

٦ س^2 + ١٥ س ص

− ٤ س ص − ١٠ ص^2

∴ حاصل الضرب = ٦ س^2 + ١١ س ص − ١٠ ص^2

مثال ③ أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية بمجرد النظر :

① (س + ٢)(س + ٣) ② (٢ س + ٣)(٣ س + ١)

③ (٢ أ − ب)(أ + ٣ ب) ④ (س − ٢)(٢ س − ٥)

الحل

① (س + ٢)(س + ٣) = س^2 + ٥ س + ٦

② (٢ س + ٣)(٣ س + ١) = ٦ س^2 + ١١ س + ٣

③ (٢ أ − ب)(أ + ٣ ب) = ٢ أ^2 + ٥ أ ب − ٣ ب^2

④ (س − ٢)(٢ س − ٥) = ٢ س^2 − ٩ س + ١٠

مثال ٤ أوجد ناتج ما يأتي بمجرد النظر:

① $(أ + ب)^٢$
② $(٢ س - ص)^٢$
③ $(س - ٢)(س + ٢)$
④ $(٢ س + ص)(٢ س - ص)$

الحل

① $(أ + ب)^٢$ = الحد الأول × نفسه + ٢ (الحد الأول × الحد الثاني) + الحد الثاني × نفسه

$= أ × أ + ٢ (أ × ب) + ب × ب = أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢$

② $(٢ س - ص)^٢ = ٢ س × ٢ س + ٢ (٢ س × - ص) + (- ص) × (- ص)$

$= ٤ س^٢ - ٤ س ص + ص^٢$

③ $(س - ٢)(س + ٢) = س^٢ + ٢ س - ٢ س - ٤$

$= س^٢ - ٤$

لاحظ أن مجموع حدين × الفرق بينهما = الحد الأول × نفسه − الحد الثاني × نفسه

④ $(٢ س + ص)(٢ س - ص) = ٤ س^٢ - ص^٢$

مثال ٥ أوجد حاصل ضرب $س^٢ + س + ١$ في $س + ٣$

الحل

أولاً الطريقة الأفقية:

الأول × القوس كله + الثاني × القوس كله

$(س + ٣)(س^٢ + س + ١) = س (س^٢ + س + ١) + ٣ (س^٢ + س + ١)$

ثانياً الطريقة الرأسية:

لتسهيل عملية الضرب نختار المقدار الذي عدد حدوده أكبر ونضعه في الصف الأول مع مراعاة ترتيب الحدود

$س^٢ + س + ١$
$س + ٣$

نضرب س في الصف الأول كله فيكون الناتج ← $س^٣ + س^٢ + س$

ثم نضرب ٣ في الصف الأول كله فيكون الناتج ونضع الحدود المتشابهة تحت بعضها رأسياً ← $+ ٣ س^٢ + ٣ س + ٣$

نجمع الحدود المتشابهة فيكون ناتج الضرب ← $س^٣ + ٤ س^٢ + ٤ س + ٣$




مثال ٦ أوجد حاصل ضرب $٣ س + ٢ س^٢ + ٤$ في $٢ س - ٣$

الحل

نلاحظ هنا أن المقدار الأكبر غير مرتب لذلك نرتب المقادير تنازلياً حسب أس س ونتبع الخطوات السابقة

$٢ س^٢ + ٣ س + ٤$
$٢ س - ٣$

نضرب ٢ س في الصف الأول فيكون الناتج ← $٤ س^٣ + ٦ س^٢ + ٨ س$

نضرب −٣ في الصف الأول فيكون الناتج ← $- ٦ س^٢ - ٩ س - ١٢$

نجمع الحدود المتشابهة فيكون ناتج الضرب ← $٤ س^٣ - س - ١٢$

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي بمجرد النظر:

① $(س + ٣)(س + ١) = س^٢ +$ .... + ...
② $(س + ٢)(س - ٣) =$ .... − .... − ٦
③ $(س + ٢)^٢ = س^٢ +$ .... + ...
④ $(س - ١)^٢ = س^٢$ ....

تدريب (٢)

أكمل لإيجاد ناتج ما يأتي بمجرد النظر:

① $(أ + ب)(أ - ب) = أ^٢ -$ ....
② $(أ - ٣)(أ + ٣) =$ .... − ٩
③ $(٢ أ + ٣)(٢ أ - ٣) =$ .... − ....
④ $(٣ س - ٢ ص)(٣ س + ٢ ص) =$ ....

تدريب (٣) أكمل ما يأتي لإيجاد ناتج (س + ٢) (س + س^{٢} + ٢)

الحل

ترتيب الحدود: س^{٢} ....

س + ٢

نضرب ..... في الصف الأول كله فيكون الناتج ← ....

نضرب ٢ في الصف الأول كله فيكون الناتج ← ....

نجمع الحدود المتشابهة فيكون الناتج ← ....



تمارين (١١) على ضرب مقدار جبري مكون من حدين في آخر

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة



١ (أ) أكمل ما يأتي :

① العدد ٢ $\frac{١}{٥}$ معكوس ضربي للعدد ....

② ١٢ س^{٥} ص^{٤} ÷ ٤ س^{٣} ص^{٢} = ...

③ العدد ٠,١٦ في صورة نسبة مئوية هو ....



٤ درجات

(ب) ① **اختصر** لأبسط صورة ٢أ (٣أ − ١) + ٣أ (أ + ٢)

....

② باستخدام خاصية التوزيع **أوجد** قيمة $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} + \frac{١٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} - ٢ \times \frac{٢٣}{٤٥}$

....

٣ درجات

(جـ) ① **أوجد** أربعة أعداد نسبية تقع بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$

....

② **اجمع** المقادير ٣أ − ٢ب + ٧جـ ، ٥ب − ٤أ − ٢جـ ، ٢أ − ٣جـ − ب
و**اطرح** الناتج من ٢أ − ٤ب + ٥جـ

....



٣ درجات




ثانياً : أجب عما يأتي :



(٢) أوجد حاصل ضرب كلاً مما يأتي :

① (س + ١)(س + ٢)
② (س + ٢)(س + ٣)
③ (س + ٣)(س + ٥)
④ (س + ٣)(س − ٤)
⑤ (س − ٤)(س + ٥)
⑥ (س − ٣)(س − ٥)
⑦ (أ + ب)(٢أ + ب)
⑧ (س + ص)(٢س − ٣ص)
⑨ (٢أ + ٣ب)(٢أ − ب)
⑩ ٢(٢س^{2} + ١)(س^{2} + ٣)

(٣) أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب المقادير الآتية :

① (٢س − ٣)(٣س + ١)
② (٣أ + ٤)(٢أ − ٥)
③ (٢س − ٣)(س + ٥)
④ (٢أ + ب)(٣أ − ٢ب)
⑤ (٣أ + ١)(٢ + ٥أ)
⑥ (أ − ب)(٧ب − أ)
⑦ (٢س + ٣ص)(٤س + ص)
⑧ ($\frac{1}{2}$س + ٣)(٢س − ٦)

(٤) أوجد بمجرد النظر ناتج ما يأتي :

① (س + ١)^{2}
② (س − ٣)^{2}
③ (٢س − ٣)^{2}
④ (٤ − ص)^{2}
⑤ (أ + ٢ب)^{2}
⑥ (٣أ − ٤ب)^{2}
⑦ (٢س + ٥ص)^{2}
⑧ (٣أ − ٥ب)^{2}

مسائل المستوى الثاني

(٥) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① (س − ٤)(س − ....) = س^{2} − ١٦ [١٢ أو −١٢ أو ٤ أو −٤]
② (أ + ٣)(أ − ٣) = ... [أ^{2} أو أ^{2} − ٦ أو أ^{2} + ٩ أو أ^{2} − ٩]
③ (أ + ٣)^{2} = أ^{2} + ٦أ + ... [٦ أو ٩ أو ٦أ أو ٩أ^{2}]

④ (س − ٢ص)(س + ٢ص) = س^{2} − ....
[−٤ص^{2} أو ٦س ص − ٤ص^{2} أو ٤س ص − ٤ص^{2} أو ٤ص^{2}]

⑤ (س + ص)^{2} − (س − ص)^{2} = ...
[٤س ص أو −٤س ص أو ٢ص^{2} أو صفر]

⑥ حاصل ضرب (أ + ٢) في (أ^{2} + ٢أ − ٣) يكون مقدار من الدرجة ......
[الأولى أو الثانية أو الثالثة أو الرابعة]

⑦ ترتيب المقدار ٣س + ٤س^{2} − ٥ بصورة صحيحة يكون على الصورة ......
[٤س^{2} − ٥ + ٣س أو ٣س − ٥ + ٤س^{2} أو ٤س^{2} + ٣س − ٥]

⑧ حاصل ضرب (س − ٢)(س^{2} + ٢س + ٤) = ...
[س^{3} − ٤ أو س^{3} + ٤س^{2} + ٨س + ٨ أو س^{3} − ٨ أو س^{3} + ٨]

⑨ إذا كان (٢س + ص)^{2} = ٤س^{2} + ك س ص + ص^{2} فإن ك = ...
[٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨]

⑩ إذا كان (أ − ب)(٣أ + ب) = ٣أ^{2} − ك أ ب − ب^{2} فإن |ك| = ...
[−٢ أو ٢ أو −٣ أو ٤]

⑪ إذا كان (س − ٣)(س + ٣) = س^{2} + ك فإن ك = ...
[٦ أو −٦ أو ٩ أو −٩]

⑫ إذا كان س^{2} + ٢س − هـ = (س − ٢)(س + ٤) فإن هـ = ...
[٦ أو −٦ أو ٨ أو −٨]

⑬ إذا كان أ − ب = ٣ ، أ + ب = ٥ فإن أ^{2} − ب^{2} = ...
[٢ أو ١٦ أو ١٥ أو ٣٠]

⑭ إذا كان أ + ب = ٥ فإن أ^{2} + ٢أب + ب^{2} = ...
[٥ أو ١٠ أو ٥٥ أو ٢٥]

⑮ إذا كان س^{2} = ٤ ، ص^{2} = ١ فإن (س + ص)(س − ص) = ...
[١ أو ٣ أو ٤ أو ٥]



(١٦) إذا كان $أ^{٢} - ب^{٢} = ٦$ ، $أ - ب = ٢$ فإن $أ + ب = \dots\dots$

[٣ ، ٤ ، ١٢ ، ٨]

(١٧) $(س + ص)^{٢} - \dots\dots = س^{٢} + ص^{٢}$

[$س^{٢}$ ، $ص^{٢}$ ، س ص ، ٢ س ص]

(١٨) $(أ + ب)^{٢} - (\dots\dots)^{٢} = ٤ أ ب$

[٢ أ ب ، $أ^{٢} + ب^{٢}$ ، أ + ب ، أ − ب]

(١٩) $(\frac{١}{٢} س + ١)(\frac{١}{٢} س - ١) = \dots\dots$

[$س^{٢} - ١$ ، $\frac{١}{٤} س - ١$ ، $٠٫٢٥ س^{٢} - ١$ ، س − ١]

(٢٠) إذا كان $(س + ص)^{٢} = ٣٦$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٦$ فإن س ص = ...

[٥ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٨]

(٢١) إذا كان $ك - \frac{١}{ك} = ٣$ فإن $ك^{٢} + \frac{١}{ك^{٢}} = \dots\dots$

[٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٨]

---

(٦) أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية بمجرد النظر:

① $(س - ٣)(س + ٣)$ ② $(س - ٥)(س + ٥)$

③ $(س + ص)(س - ص)$ ④ $(٢ س + ٣ ص)(٢ س - ٣ ص)$

⑤ $(٤ أ - ب)(٤ أ + ب)$ ⑥ $(٢ م + ٥ ن)(٢ م - ٥ ن)$

⑦ $(٥ س + ١)(٥ س - ١)$ ⑧ $(٢ أ + ٤)(٢ أ - ٤)$

⑨ $(٥ أ - ٣ ب)(٥ أ + ٣ ب)$ ⑩ $(\frac{١}{٢} أ - ٢ ب)(\frac{١}{٢} أ + ٢ ب)$

---

(٧) أوجد نواتج عمليات الضرب الآتية:

① $(س + ٢)(س^{٢} + س + ١)$ ② $(ص + ١)(ص^{٢} + ٢ ص + ٣)$

③ $(أ - ٢)(أ^{٢} + أ + ٢)$ ④ $(س + ٣)(س^{٢} - ٢ س + ١)$

⑤ $(٢ س + ١)(س^{٢} + ٢ س + ٢)$ ⑥ $(٣ س + ٢)(٢ س^{٢} + س + ٤)$

⑦ $(٢ + س)(س^{٢} + ٣ س - ٢)$ ⑧ $(س - ٣)(س^{٢} - ٢ س - ٢)$

(٨) اختصر لأبسط صورة:

① $٣ أ (٢ أ + ١) + (٢ أ + ٣)^{٢}$

② $(س + ١)(س + ٢) + (س + ٤)^{٢}$

③ $(س - ١)^{٢} + (س + ٢)(س + ٣)$

④ $(س + ٣)(س - ٤) - (س + ٢)^{٢}$

⑤ $(س + ١)(س + ٢)(س^{٢} + ٢)$

⑥ $(أ + ١)(أ^{٢} - أ + ٢) - (أ^{٣} + ٢)$

⑦ $(س - ٤)^{٢} - ١٦$ ⑧ $(س - ٢)(س + ٢) - س (س + ٢)$

⑨ $(س + ١)^{٢} - س (س + ١)$ ⑩ $٢ أ (٣ أ + ب) + ٢ (أ - ب)^{٢}$

---

(٩) اختصر المقدار الآتي لأبسط صورة $(أ + ب)^{٢} - (أ - ب)^{٢} + أ (٢ أ - ب)$

ثم **أوجد** القيمة العددية للمقدار عندما أ = −١ ، ب = ٢ [−٤]

---

(١٠) أوجد ناتج ضرب $(٤ س + ٣)$ في $(٣ س^{٢} + س - ١)$

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما س = −١ [−١٠]

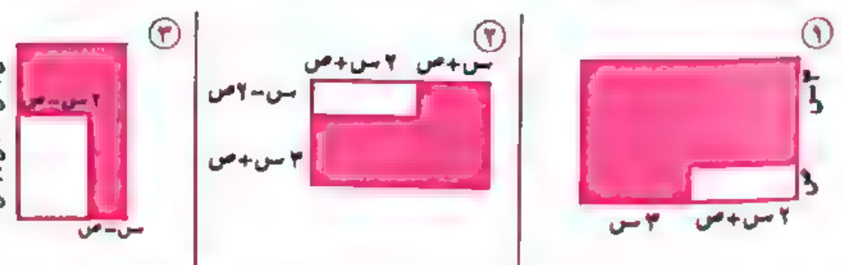
---

(١١) أوجد ناتج ضرب $(٢ س - ص)(٤ س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢})$

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما س = ١ ، ص = ٢ [صفر]

---

(١٢) اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن محيط ومساحة كل جزء مظلل من الأشكال الآتية:



---

(١٣) إذا كان $(٢ - ص)^{٣} = ٨ - ١٢ ص + ٦ ص^{٢} - ص^{٣}$ **فأوجد** قيمة $(٢ - ص)^{٤}$

(١٤) أوجد ناتج كل مما يأتي :

① $(٤١)^٢$ على الصورة $(٤٠ + ١)^٢$ ② $(٤٩)^٢$ على الصورة $(٥٠ - ١)^٢$

③ ٢٠١×١٩٩ على الصورة $(٢٠٠ + ١)(٢٠٠ - ١)$

مسائل المتفوقين

(١٥) إذا كانت $س = م + ٣$ فاكتب المقادير الجبرية الآتية بدلالة م ثم اختصر المقدار الجبرى لأبسط صورة :

① $س^٢ + ٥ س + ٢$ ② $٣ س^٢ - ٢ س + ٧$

(١٦) أوجد حاصل ضرب المقادير الآتية بمجرد النظر :

① $(٢ أ^٢ ب + ٣ هـ ء^٢)(٢ أ^٢ ب + ٣ هـ ء^٢)$

② $(\frac{١}{٢} س + ٣ ص)(٢ س + \frac{١}{٣} ص)$

(١٧) اختصر لأبسط صورة :

① $(٢ أ - ٥ ب)(٣ أ + ٢ ب) - (٢ أ + ٣ ب)^٢ + ٤ أ (٢ أ + ٣ ب)$

② $٣ (أ - ٢ ب)(أ + ٣ ب) - ٣ (أ - ب)^٢ - أ (٢ أ + ب) + ٦ ب^٢$

(١٨) اطرح $أ + ٦ ب - ٣ هـ$ من حاصل جمع المقادير :

$٦ أ - ٢ ب + ٢ هـ$ ، $٣ ب - ٢ أ - ٢ هـ$ ، $ب - ٣ هـ - أ$

ثم اضرب باقى الطرح فى $٢ أ + ب$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج إذا كانت $أ = -١$ ، $ب = ٢$ [صفر]

(١٩) إذا كانت $أ = ٣ س - ٤$ ، $ب = س + ٢$ ، $هـ = ٢ س - ٣$

احسب قيمة المقدار $أ ب - هـ^٢$ عندما س = صفر

(٢٠) ثلاثة أعداد تكون أبعاد متوازى مستطيلات بالسنتيمترات فإذا كان العدد الأول س و الثانى يزيد عن الأول بمقدار ٢ ص و الثالث يزيد عن حاصل ضرب الأول فى الثانى بمربع الأول فأوجد حجم متوازى المستطيلات



قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

عند قسمة مقدار جبرى على حد جبرى فإننا نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على هذا الحد (المقسوم عليه)

لاحظ أنه عند قسمة كل حد من حدود المقدار الجبرى على المقسوم عليه فإننا نتبع الخطوات التى درسناها فى درس ضرب الحدود الجبرية و قسمتها

وسيتضح ذلك من الأمثلة التوضيحية التالية :



ملاحظة : جميع مسائل القسمة التى تدرس تكون ممكنة والمقسوم عليه لا يساوى صفر



(١) أوجد خارج قسمة $٨ س^٢ + ٤ س$ على $٢ س$

الحل

$(٨ س^٢ + ٤ س) \div ٢ س = ٤ س + ٢$

لاحظ أن : العوامل الرمزية المتشابهة تحذف إذا كان لها نفس الأس ويجاورها رموز أخرى



$(٨ س^٢ + ٤ س) \div ٢ س = \frac{٨ س^٢}{٢ س} + \frac{٤ س}{٢ س} = ٤ س + ٢$

أوجد خارج قسمة $٢ا^٣ + ٤ا^٢ب - ٦اب^٢$ على $٢ا$

الحل

$$\frac{٢ا^٣ + ٤ا^٢ب - ٦اب^٢}{٢ا} = \frac{٢ا^٣}{٢ا} + \frac{٤ا^٢ب}{٢ا} + \frac{-٦اب^٢}{٢ا}$$

$$= ا^٢ + ٢اب - ٣ب^٢$$

تذكر أن

+	×	+	=	+
−	×	−	=	+
+	×	−	=	−
−	×	+	=	−

أوجد خارج قسمة $٦س^٥ص^٣ + ٩س^٣ص^٤ - ٣س ص^٢$ على $-٣س ص^٢$

الحل

$$\text{خارج القسمة} = \frac{٦س^٥ص^٣ + ٩س^٣ص^٤ - ٣س ص^٢}{-٣س ص^٢}$$

$$= \frac{٦س^٥ص^٣}{-٣س ص^٢} + \frac{٩س^٣ص^٤}{-٣س ص^٢} + \frac{-٣س ص^٢}{-٣س ص^٢}$$

$$= -٢س^٤ص - ٣س^٢ص^٢ + ١$$

ملاحظة

يمكن التأكد من صحة الحل بضرب المقسوم عليه فى خارج القسمة لتحصل على المقسوم



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل ما يأتى لإيجاد خارج قسمة كل مما يأتى :

① $١٢س^٣ - ٩س^٢ + ٦س$ على $-٣س$

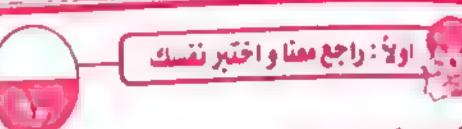
$$\frac{١٢س^٣ - ٩س^٢ + ٦س}{-٣س} = \frac{١٢س^٣}{-٣س} + \frac{-٩س^٢}{-٣س} + \frac{٦س}{-٣س}$$

= −......... + ... − ....

② $\frac{٣ا^٢ب^٢ - ٦اب^٣ + ١٢اب^٢}{-٣اب^٢} = \frac{.........}{-٣اب^٢} + \frac{-٦اب^٣}{.........} + \frac{.........}{.........}$

= ....





تمارين (١٢) على قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

نماذج أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة



① (أ) أكمل ما يأتى :

① ناتج جمع $٢ا + ٥ب$ ، $٢ا - ٣ب$ ، $ب - ٤ا$ هو ....

② $\left(\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٥}\right)$ معكوس ضربى للعدد النسبى ....

③ المعكوس الضربى للعدد $(٢)^{صفر}$ هو ... والمعكوس الضربى للعدد $\left|\frac{صفر}{-٣}\right|$ هو ...

④ العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٦}{٧}$ هو ....

٤ درجات

(ب) ① أوجد العدد النسبى الذى يقع فى خمس المسافة بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، ١ من جهة العدد الأول

....

....

② اختصر لأبسط صورة $\frac{٣}{٧} \times \frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{٦} - \frac{٣}{٧}$ باستخدام خاصية التوزيع

....

....

....

٣ درجات

(جـ) ① ما المقدار اللازم أضافته إلى $س^٢ - ٤س - ٣$ ليكون الناتج $٢س^٢ + س - ٢$

....

....

② أوجد فى أبسط صورة ناتج $(س + ١)(س + ٢) + (س - ٢)^٢$

....

....

....

٣ درجات





ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ٦أ + ٨ب على ٢
② ٤أ^2 + ١٢أ على ٤أ
③ ٩أ^{3}ب^2 − ١٢أ^{2}ب^3 على ٣أ^{2}ب
④ ١٥س^{3}ص^2 − ٢٥س^{2}ص على ٥س ص
⑤ ٩س^2 + ١٢س ص على ٣س
⑥ ٦أ^{2}ب^{3}هـ^5 + ٤أ^{3}ب^{4}هـ^3 على ٢أ^{2}ب^{2}هـ^3

(٣) أكمل ما يأتي :

① ٥أ − ١٠ على ٥ = ...
② (٦س^3 + ٢س) ÷ ٢س = ... + ...
③ (٦س^2 ÷ ٢س) + ٢س = ...
④ (٩ص^3 − ٣ص^2) ÷ ٣ص = ...
⑤ (٥أ ÷ أ) + ... = صفر
⑥ (٦س^{3}ص^3 + ...) ÷ ٢س ص = ... + ٣س
⑦ مستطيل طوله س ومساحته س^2 + س ص يكون عرضه ....
⑧ إذا كان $\left|\frac{٦س^2 + ٣س}{-٣س}\right|$ = ك س + ١ فإن ك = ...

(٤) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① (١٥أ + ٥) ÷ ٥ = ... [٣أ ، ١٠أ ، ٣أ + ١ ، ٤أ]
② (س^3 + س) ÷ س = ... [س^2 ، س^2 + س ، س^2 + ١ ، س^2 − ١]
③ (٩أ^2 − ٣أ) ÷ (−٣أ) = ... [−٣أ^2 ، −٣أ^2 + ١ ، ٣أ^2 + ١ ، −٣أ]



④ (٨أ^{2}ب − ٤أب) ÷ ٤أب = ... [٢أ ، ٢أ − ١ ، ٤أ ، ٤أ − ١]
⑤ (١٥س^{2}ص − ....) ÷ ٣س ص = ٥س − ٢ص [٦س ، ٦ص^2 ، ٦س ص^2 ، −٦س ص^2]
⑥ إذا كانت س = −١ فإن $\left|\frac{٤س^2 - ٢س^3}{٢س}\right|$ = ... [٣ ، −٣ ، −١ ، ١]

مسائل المستوى الثاني

(٥) أوجد خارج قسمة :

① $\frac{١٢س^2 - ٩س}{٣س}$
② $\frac{١٦أ^3ب^2 - ٢٤أ^2ب^2}{٤أ^2ب}$
③ $\frac{١٥ن^3 - ٩م^4ن^2}{-٣ن^2}$
④ $\frac{١٨س^4ص^5 - ٤٢س^5ص^4}{-٦س^2ص^2}$
⑤ $\frac{٢٤س^4 - ١٨س^3 - ٤٢س^2}{٦س^2}$
⑥ $\frac{١٦س^4ص^2 - ٣٢س^3ص^3 + ٢٤س^2ص^4}{٨س^2ص}$

(٦) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

① ١٥س^5 + ١٨س^4 + ٢١س^3 على ٣س^3
② ١٠س^{2}ص + ١٥س^3 − ٥س^{2}ع على ٥س^2
③ ١٥س^{2}ص + ٦س ص^2 − ٣س ص على ٣س ص
④ ١٨س^{3}ص^2 − ١٢س^{2}ص^3 + ٦س ص على −٦س ص
⑤ ٨س^{4}ص + ١٢س^{3}ص^2 − ١٦س^{2}ص^3 على ٤س^{2}ص
⑥ ٤٢أ^{3}ب^{5}هـ^4 − ٢١أ^{4}ب^{4}هـ^6 − ٧أ^{2}ب^{4}هـ^4 على −٧أ^{2}ب^{4}هـ^4
⑦ ١٢ل^{5}م + ٩ل^{4}م^2 − ٦ل^{3}م^3 − ٣ل^{2}م^4 على ٣ل^{2}م
⑧ ٨أب^{3}هـ^5 − ٦أ^{2}ب^{2}هـ^4 + ٤أ^{3}ب^{4}هـ^3 على ٢أب^{2}هـ^3

(٧) اقسم $١٢ س^{٥} + ٦ س^{٤} - ٩ س^{٣}$ على $٣ س^{٢}$ ثم اقسم الناتج على $٢ س - س^{٢}$

(٨) اقسم $٣ س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٩ س$ على $٣ س$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $س = ١٠$ [٥]

(٩) اقسم $١٥ س^{٣} ص^{٤} - ٥ س^{٢} ص^{٣}$ على $٥ س^{٢} ص^{٢}$ ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما $س = ٢$ ، $ص = -١$ [٥]

إذا $٩ س - ٣ ص + ٥ ع$ هو خارج قسمة المقدار $٦ س^{٢} ص ع - ٨ س ص ع^{٢} + ٤ س ص^{٢} ع$ على $-٢ س ص ع$

(١٠) اجمع المقدارين $٤ س^{٣} - ٧ س^{٢} + ٦ س$ ، $٣ س^{٢} - ٢ س - ٩ س^{٢}$ واقسم الناتج على $-٢ س$ ثم أوجد قيمته العددية إذا كانت $س = -٢$ [١٠]

(١٢) اقسم ناتج ضرب $(٢ س^{٢} + ٢ س)(٤ س^{٢} + س)$ على $٢ س^{٢}$ ثم أوجد قيمة ناتج القسمة إذا كانت $س = -١$ [صفر]

(١٣) أضف خارج قسمة المقدار $٤ س^{٣} ص + ٢ س^{٢} ص^{٢} - ٦ س ص^{٢} - ٤ س ص$ على $-٢ س ص$ إلى المقدار $٢ س ص - س^{٢} - ٣ ص^{٢}$

مسائل تفوق

(١٤) مستطيل مساحته $٨ أ^{٣} ب^{٢} + ١٢ أ^{٢} ب^{٤} - ٨ أ ب^{٤}$ وعرضه $٤ أ^{٢} ب^{٢}$ من السنتيمترات أوجد طوله إذا كانت $أ = ١$ ، $ب = ٢$ [٣٥]

(١٥) إذا كانت $أ = ٣ س^{٢}$ ، $ب = ٦ س + ٣ س^{٢}$ ، $هـ = ٣ س + ٩ س^{٢}$ فأوجد قيمة $\frac{أ + ب + ٢ هـ}{ب - أ}$ عندما $س = -٢$ [٩]

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

لإيجاد خارج قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر نتبع الخطوات الآتية :

(١) نرتب حدود كلا من المقسوم والمقسوم عليه ترتيبا تنازليا أو تصاعديا حسب أسس أحد الرموز المتشابهة (ويفضل الترتيب التنازلي)

(٢) نقسم الحد الأول من المقسوم على الحد الأول من المقسوم عليه

(٣) نضرب خارج القسمة في جميع حدود المقسوم عليه

(٤) نطرح حاصل الضرب من المقسوم

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح باقي الطرح مساويا للصفر (أي لا يوجد باقي لخارج القسمة)

وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :



(١) أوجد خارج قسمة $س^{٢} + ٢ س - ٣$ على $س + ٣$

الحل

(١) حدود كلا من المقسوم (وهو $س^{٢} + ٢ س - ٣$) والمقسوم عليه (وهو $س + ٣$) مرتبا تنازليا أي لا يحتاج إلى ترتيب

(٢) نقسم $س^{٢}$ على $س$ فيكون الناتج $س$

(٣) نضرب $س$ في المقسوم عليه فنحصل على $س^{٢} + ٣ س$

(٤) نطرح $س^{٢} + ٣ س$ من $س^{٢} + ٢ س - ٣$ فنحصل على $- س - ٣$

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح باقي الطرح مساويا للصفر

$س + ٣$	$س^{٢} + ٢ س - ٣$
$س - ١$	$\mp س^{٢} \mp ٣ س$
	$- س - ٣$
	$\pm س \pm ٣$
	٠ ٠

∴ خارج القسمة = $س - ١$

لاحظ أن : الحدود المتشابهة تكتب أسفل بعضها

٢ أوجد خارج قسمة $٢س^3 - ٣س^2 - ١٠س + ١٥$ على $س^2 - ٥$

الحل

$$
\begin{array}{r|l}
٢س^3 - ٣س^2 - ١٠س + ١٥ & س^2 - ٥ \\
\pm ٢س^3 \quad \mp ١٠س & ٢س - ٣ \\
- ٣س^2 \quad + ١٥ & \\
\mp ٣س^2 \quad \pm ١٥ & \\
٠ \quad ٠ &
\end{array}
$$

∴ خارج القسمة $= ٢س - ٣$

٣ أوجد خارج قسمة $أ^3 - ١٢أ - أ^2 + ٨٠$ على $أ^2 - ٣أ + ٤٠$

الحل

$$
\begin{array}{r|l}
أ^3 - أ^2 - ١٢أ + ٨٠ & أ^2 - ٣أ + ٤٠ \\
\pm أ^3 \mp ٣أ^2 \pm ٤٠أ & أ + ٢ \\
٢أ^2 - ١٩أ + ٨٠ & \\
\pm ٢أ^2 \mp ١٩أ \pm ٨٠ & \\
٠ \quad ٠ \quad ٠ &
\end{array}
$$

∴ خارج القسمة $= أ + ٢$

> يجب ترتيب حدود كلاً من المقسوم والمقسوم عليه تنازلياً قبل إجراء عملية القسمة

٤ أوجد خارج قسمة $س + ٢٠ + ٨س^2 + ٩س^4$ على $٢ - س + ٣س^2$

الحل

$$
\begin{array}{r|l}
٩س^4 \qquad + ٨س^2 + س + ٢٠ & ٣س^2 - س + ٢ \\
\pm ٩س^4 \mp ٣س^3 \pm ٦س^2 & ٣س^2 + س + ١٠ \\
+ ٣س^3 + ٢س^2 + س + ٢٠ & \\
\pm ٣س^3 \mp س^2 \pm ٢س & \\
+ ٣س^2 - س + ٢٠ & \\
\pm ٣س^2 \mp س \pm ٢٠ & \\
٠ \quad ٠ \quad ٠ &
\end{array}
$$

∴ خارج القسمة $= ٣س^2 + س + ١٠$

> **لاحظ أن**
> عند الترتيب لا يوجد حد يحتوي على $س^3$ لذلك نترك له مكان خالي لأن هذا الحد سيظهر في الخطوات التالية

٥ أوجد قيمة م التي تجعل المقدار $٦س^3 - ٥س^2 - ١٤س + م$ يقبل القسمة على $٢س - ٣$ بدون باقي

الحل

$$
\begin{array}{r|l}
٦س^3 - ٥س^2 - ١٤س + م & ٢س - ٣ \\
\pm ٦س^3 \mp ٩س^2 & ٣س^2 + ٢س - ٤ \\
+ ٤س^2 - ١٤س + م & \\
\pm ٤س^2 \mp ٦س & \\
- ٨س + م & \\
\mp ٨س \pm ١٢ & \\
م - ١٢ &
\end{array}
$$

∴ م − ١٢ = صفر ∴ م = ١٢

أمثلة للتدريب

تدريب (1)

أكمل ما يأتي لإيجاد خارجة قسمة :

س² − ٣ س − ١٠ على س + ٢ حيث س ≠ −٢

الحل

المقسوم	المقسوم عليه / الناتج	
س² − ٣ س − ١٠	س + ٢	(نقسم)
....	س −	(نضرب)
− ٥ س − ١٠		(نطرح)
....		(نكرر)
....		

∴ خارج القسمة = ...

تدريب (2)

إذا كان ٢ س² − ٣ س + ٥ أحد عاملي المقدار :

٦ س³ − ٥ س² + ٩ س + ١٠ فأكمل ما يأتي لإيجاد العامل الآخر

الحل

المقسوم	المقسوم عليه / الناتج	
٦ س³ − ٥ س² + ٩ س + ١٠	٢ س² − ٣ س + ٥	(نقسم)
٦ س³ − .... + ...	...... + ٢	(نضرب)
.... − ٦ س + ...		(نطرح)
.... − ...... + ١٠		
٠ ٠ ٠		

∴ خارج القسمة = ...

تمارين (١٣) على قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

½ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتي :

① المعكوس الضربي للعدد − ٣ ½ هو ....

② إذا كان (س − ٤) (س + ٤) = س² − ك فإن ك = ...

③ (س + ٤) (٢ س − ١) = ...

④ (٢ س − ٣ ص)² = ٤ س² ....

٤ درجات

(ب) ① ما زيادة المقدار ٣ س² − ٤ + ٥ س عن مجموع المقدارين ٦ س − ٤ س² − ٣ ، ٨ س² − ٦ س − ١

....

....

....

② استخدم خاصية التوزيع لإيجاد الناتج ٣/٧ × ٩ + ٣/٧ × ٦ + (− ٣/٧)

....

....

٣ درجات

(جـ) ① أوجد خارج قسمة المقدار ١٥ س² ص³ − ١٨ س² ص² + ٣ س ص على ٣ س ص

....

....

② أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين ١/٣ ، ٥/٦

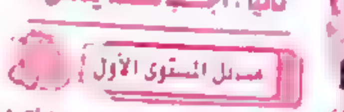
....



....



ثانياً : أجـب عـمـا يأتـى :



(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(١) إذا كان المقدار س^{٢} + ٣ س + م يقبل القسمة على س + ١ فإن م = ...

[١ ، ٢ ، ٤ ، ٦]

(٢) إذا كان المقدار س^{٢} + ٧ س + م يقبل القسمة على س + ٢ فإن م = ...

[١٠ ، ٢ ، ٦ ، ٨]

(٣) إذا كان المقدار س^{٢} + ٨ س + م يقبل القسمة على س + ٥ فإن م = ...

[١٨ ، −١٨ ، ١٥ ، −١٥]

(٤) إذا كان خارج قسمة س^{٢} + س − ١٢ على س + ك هو س − ٣ فإن ك = ...

[٢ ، ٤ ، −٤ ، −٩]

---

(٣) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر) :

(١) س^{٢} + ٣ س + ٢ على س + ١

(٢) س^{٢} + ٥ س + ٦ على س + ٢

(٣) س^{٢} + ٩ س + ٢٠ على س + ٤

(٤) س^{٢} − ٥ س − ١٤ على س − ٧

(٥) س^{٢} − ٨ س + ١٢ على س − ٦

---

(٤) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر) :

(١) ٢ س^{٢} − ١١ س + ١٥ على س − ٣

(٢) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥ على س + ٥

(٣) ٦ س^{٢} − ١١ س − ١٠ على ٢ س − ٥

(٤) ٦ س^{٢} − ٥ س − ٦ على ٢ س − ٣

(٥) ٤ س + ٤ س^{٢} − ١٥ على ٢ س + ٥



مسائل المستوى الثانى

(٥) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) س^{٣} + ٣ س + ٣ س^{٢} + ٢ على س + ٢

(٢) س^{٣} + ٨ س − ٥ س^{٢} − ٤ على س − ٢

(٣) ٢ س^{٣} − ٢٢ س − ١٥ − ٥ س^{٢} على ٢ س + ٣

(٤) س^{٣} + ٨ − س^{٢} − ٢ س على س^{٢} − ٣ س + ٤

(٥) ٦ أ^{٣} − ٩ أ + ١٠ − ١٣ أ^{٢} على ٢ أ^{٢} − ٣ أ − ٥

---

(٦) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) س^{٣} − ٧ س + ٦ على س + ٣

(٢) ٣ س^{٣} − ٤ س + ١ على س − ١

(٣) ٣ س^{٤} + س^{٣} − س − ٣ على س^{٢} − ١

(٤) ٥ س + س^{٣} + ٣ س^{٢} + ٣ على س^{٢} + ٣ + ٢ س

(٥) س^{٤} − ١٩ س + ٢ س^{٣} + ١٠ على ٣ س + س^{٢} − ٢

(٦) س^{٣} − ٨ س^{٢} + ٢ س^{٤} − ١٢ + ١٧ س على س^{٢} − ٣ + ٢ س

(٧) س^{٤} + ٣ س^{٢} + ٢ على س^{٢} + ١

(٨) أ^{٤} + ٤٩ − ١٨ أ^{٢} على ٢ أ − ٧ + أ^{٢}

(٩) ٣٧ س^{٢} − ٤ − ٩ س^{٤} على ٣ س^{٢} − ٢ + ٥ س

(١٠) س^{٣} + ١ على س + ١

---

(٧) أوجد خارج قسمة كل مما يأتى (حيث المقسوم عليه ≠ صفر)

(١) ٦ س^{٢} + ١٣ س ص + ٦ ص^{٢} على ٢ س + ٣ ص

(٢) ٦ س^{٢} + ٧ س ص − ٢٠ ص^{٢} على ٣ س − ٤ ص

(٣) أ^{٤} − ١٠ أ^{٢} ب^{٢} + ٩ ب^{٤} على أ^{٢} + ٢ أ ب − ٣ ب^{٢}

(٤) ٨ س^{٣} + ٢٧ ص^{٣} على ٢ س + ٣ ص

(٨) (١) إذا كان ٢ أ^{٢} + ٥ أ − ٣ أحد عاملى المقدار ٢ أ^{٣} + ١١ أ^{٢} + ١٢ أ − ٩

فأوجد العامل الآخر

(٢) إذا كان س^{٢} + ٢ س + ٣ أحد عاملى المقدار س^{٣} − س^{٢} − ٩ س − ١٢

فأوجد العامل الآخر

---

(٩) (١) أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار ٢ س^{٣} − س^{٢} − ٥ س + ك

يقبل القسمة على ٢ س − ٣ بدون باق [٣]

(٢) أوجد قيمة هـ التى تجعل المقدار ٦ س^{٣} − ١٣ س^{٢} − ١٣ س + هـ

يقبل القسمة على ٣ س − ٥ بدون باق [٣٠]

(٣) أوجد قيمة م التى تجعل المقدار ٦ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٦ س + م

يقبل القسمة على ٢ س^{٢} − ٣ س + ٤ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٨]

(٤) أوجد قيمة م التى تجعل المقدار س^{٤} + ٢ س^{٣} − ٤ س^{٢} − ٦ س + م

يقبل القسمة على س^{٢} + ٢ س − ١ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [٣]

(٥) أوجد قيمة م التى تجعل المقدار س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٢٥ س + م

يقبل القسمة على س^{٢} + ٤ س + ٣ بدون باق حيث المقسوم عليه ≠ صفر [−٢١]

مسائل المتفوقين

(١٠) متوازى مستطيلات مساحة قاعدته (٢ س^{٢} + ٧ س − ١٥) سم^{٢} وارتفاعه (س + ٥) سم

أوجد عرضه [illegible] إذا كانت س = ٣ سم [٢٢ سم]

(١١) [illegible] متوازى [illegible] (٣ س^{٢} + ١١ س + ٦) سم^{٢} [illegible] إذا كان عرضه (س + ٣) سم فأوجد طوله [illegible] إذا كانت س = ٢ [٢١ سم]

(١٢) أوجد العدد الذى إذا أضيف [illegible] المقدار ٢ أ^{٢} + ٧ أ − ٢٠ لأصبح الناتج

يقبل القسمة على المقدار أ + ٥ [٥]

التحليـــل بإخـــراج العامـل المشترك الأعلى

تذكــر خاصيـــة توزيـــع الضـــرب علـــى الجمـــع

مثلاً : ٤ (أ + ب) = ٤ أ + ٤ ب

وإذا أجرينا العمليــة بصـــورة عكسيــة فــإن ٤ أ + ٤ ب = ٤ (أ + ب)

فتسمى هذه العملية العكسية بالتحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى للمقدار الجبرى.

لتحليـل المقدار الجبرى بإخـراج العامل المشترك الأعلى نتبـع الخطـوات الآتية :

(١) نوجد العامل المشترك الأعلى (ع . م . أ) بين حدود المقدار الجبرى
(بأن نوجد العامل المشترك الأعلى للعوامل العددية مع أخذ كل رمز متكرر فى جميـع الحـدود بأصغـر أس لـه)

(٢) نضـع العامـل المشـترك الأعلـى خـارج قوسـين

(٣) نوجد خارج قسمة كل حد من حدود المقدار الجبرى على العامل المشترك الأعلى ونكتـب خـوارج القسمة داخـل القوسـين

أمثلـة توضيحيـة

مثال (١) حلل بإخراج العامل المشترك الأعلى :

(١) ٢ س + ٢ ص − ٢ ع (٢) ٣ س^{٢} ص − ١٢ س ص

(٣) ٢ س ص^{٣} ع^{٢} + ٤ س^{٢} ص^{٢} ع^{٢} − ٨ س^{٣} ص ع^{٣}

الحل

(١) ع . م . أ هو ٢ ∴ المقدار = ٢ (س + ص − ع)

(٢) ع . م . أ هو ٣ س ص ∴ المقدار = ٣ س ص (س − ٤)

(٣) ع . م . أ هو ٢ س ص ع^{٢} ∴ المقدار = ٢ س ص ع^{٢} (ص^{٢} + ٢ س ص − ٤ س^{٢} ع)



مثال (٢) حلل بإخراج العامل المشترك الأعلى:

١) س (م + ن) + ص (م + ن)

٢) أ (ل − هـ) + ب (هـ − ل)

الحل

١) ع . م . أ هو (م + ن)

∴ المقدار = (م + ن) (س + ص)

لاحظ أن:
(هـ − ل) = −(ل − هـ)
(هـ + ل) = (ل + هـ)

٢) أ (ل − هـ) + ب (هـ − ل) = أ (ل − هـ) − ب (ل − هـ)

∵ ع . م . أ هو (ل − هـ)

∴ المقدار = (ل − هـ) (أ − ب)

مثال (٣) أوجد ناتج ما يلي بإخراج العامل المشترك الأعلى:



١) ١٥ × ٢٧ + ١٥ × ٧٣

٢) (٩٩)^{٢} + ٩٩

٣) ٨ × ٧٧ + ٨ × ٣٣ − ٨ × ١٠

٤) ٢ × (١٠)^{٢} + ٤ × ١٠ − ٨ × ١٠

الحل

١) ع . م . أ = ١٥ ∴ المقدار = ١٥ (٢٧ + ٧٣) = ١٥ × ١٠٠ = ١٥٠٠

٢) ع . م . أ = ٩٩ ∴ المقدار = ٩٩ (٩٩ + ١) = ٩٩ × ١٠٠ = ٩٩٠٠

٣) ع . م . أ = ٨ ∴ المقدار = ٨ (٧٧ + ٣٣ − ١٠) = ٨ × ١٠٠ = ٨٠٠

٤) ع . م . أ = ٢ × ١٠ ∴ المقدار = ٢ × ١٠ (١٠ + ٢ − ٤) = ٢٠ × ٨ = ١٦٠



مثال (٤) اختصر لأبسط صورة:

١) $\frac{س^{٢} ص + س ص^{٢}}{س ص}$ (حيث س ، ص ≠ ٠)

٢) $\frac{(٩)^{٢} - ٢ \times ٩ + ٩}{٩}$

٣) $\frac{٣(٨)^{٢} + ٥ \times ٨ - ٨}{١٦}$

الحل

١) $\frac{س^{٢} ص + س ص^{٢}}{س ص} = \frac{س ص (س + ص)}{س ص} = س + ص$

٢) $\frac{(٩)^{٢} - ٢ \times ٩ + ٩}{٩} = \frac{٩ (٩ - ٢ + ١)}{٩} = ٨$

٣) $\frac{٣(٨)^{٢} + ٥ \times ٨ - ٨}{١٦} = \frac{٨ (٣ \times ٨ + ٥ - ١)}{١٦} = \frac{٢٨}{٢} = ١٤$

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أكمل لتحليل كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى:

١) ٢ س + ٤ ص = ... (س + ...)

٢) ٣ س^{٢} + ٦ س = ٣ س (...... + ...)

٣) ٢ أ^{٤} + ٤ أ^{٣} − ٢ أ^{٢} = ... (...... + ٢ أ − ......)

٤) ٩ أ^{٣} ب + ٩ أ^{٢} ب^{٢} − ٣ أ ب^{٣} = ... (...... + ... − ب^{٢})

٥) ٥ ل^{٤} م^{٣} ن + ١٠ ل^{٢} م^{٢} ن^{٢} − ١٥ ل^{٣} م^{٣} ن^{٤} = ... (...... + ... − ......)

على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{1}{2}$ ساعة امتحان ومراجعة

(١) (أ) أكمل ما يأتى :

① المقدار ٣ س^{٢} + ٩ − ٥ س يزيد عن ٢ س^{٢} − ٤ س + ١ بمقدار ....

② العددان ...... ، ...... يقعان بين $\frac{٤}{٥}$ ، | −٠,٧ |

③ عدد عوامل العدد ٢ س^{٣} يساوى ....

④ $\left(\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣}\right) + \left(\frac{١٤}{٣} \times \frac{٣}{٢}\right) =$ ....

(٤ درجات)

(ب) أوجد فى أبسط صورة :

① ناتج (أ − ٢ب) (أ + ٢ب) + ٢ (أ + ب)^{٢}

....

② خارج قسمة س^{٣} ص − ٣ س ص + ٢ س^{٢} ص^{٢} − ٤ س ص على − س ص

....

(٣ درجات)

(جـ) ① أوجد خارج القسمة س^{٢} + ٣ س + ٢ على س + ١

....

② أوجد باستخدام خاصية التوزيع ناتج $\frac{٩}{٥} \times ١٧ - \frac{٩}{٥} \times ٨ - \frac{٩}{٥} \times ٤$

....

(٣ درجات)

ثانياً : أجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

(٢) حل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

① ٢ س + ٤ ② ٣ س^{٢} + ٦

③ ٤ س + ٨ ص ④ ص^{٢} + ص

⑤ ٥ س^{٣} − س^{٢} ⑥ ١٥ س^{٢} + ٣ س

⑦ ٢ أ س + ٤ ب س ⑧ ٣ س ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص

⑨ ٥ س^{٢} ص^{٢} + ١٠ س ص ⑩ ٤ أ^{٣} ب^{٢} + ٨ أ^{٢} ب

(٣) أكمل ما يأتى :

① ع . م . أ للحدين الجبريين ٢ س^{٢} ، ٤ س^{٣} هو ....

② ع . م . أ للمقدار ٣ س ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص هو ....

③ ٢ م ن + ٤ ك ن = ... (م + ...)

④ ٥ أ^{٢} ب^{٢} + ١٥ أ ب = ... (........ + ٣)

⑤ ١٢ أ^{٣} ب + ٨ أ^{٤} ب^{٣} − ١٦ أ^{٢} ب^{٢} = ... (........ + ... − ٤ ب)

⑥ .... + ٢ أ ب = ٢ أ ب (٣ أ ب + ...)

مسائل المستوى الثانى

(٤) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① العامل المشترك الأعلى للمقدار ٤ س + ٨ س^{٢} هو ....

[٤ ، ٢ س ، ٤ س ، ٤ س^{٢}]

② العامل المشترك الأعلى للمقدار ٥ س^{٢} ص^{٣} + ٥٥ س^{٣} ص^{٢} هو ....

[٥ س ص ، ٥ س^{٢} ص^{٢} ، ٥٥ س ص ، ٥ س^{٣} ص^{٣}]

③ ٢ س^{٣} − ٤ س^{٢} = ... (س − ٢)

[٢ س ، ٢ س^{٢} ، ٤ س ، ٤ س^{٢}]



(٤) إذا كان أ + ب = ٤ فإن القيمة العددية للمقدار أ(أ + ب) + ب(أ + ب) = ...
[٤ أو ٦ أو ٨ أو ١٦]

(٥) إذا كان أ + ب = ٥ ، س − ص = ٤ فإن القيمة العددية للمقدار س(أ + ب) − ص(أ + ب) = ... [٩ أو ١ أو ٢٠ أو −١]

(٦) ٢أ^{٢} + ٢ب^{٢} = ...
[٢(أ + ب)^{٢} أو ٢^{٢}(أ + ب) أو ٢(أ^{٢} + ٢ب^{٢}) أو ٢(أ^{٢} + ب^{٢})]

(٧) (٧٥)^{٢} + ٧٥ × ٢٥ = ١٠٠ × ...... [٢٥ أو ٧٥ أو ١٠٠ أو ٧٥٠٠]

(٨) ٦ + ٦^{٢} = ٦ × ...... [١ أو ٦ أو ٧ أو ٣٦]

٥ **حل** كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

(١) −٢س^{٥} + ٤س^{٢} − ٩س + ٢س^{٣}
(٢) ٢س ص^{٢} + ٦س^{٢}ص − ٨س^{٢}ص^{٢}
(٣) ٣أ^{٢}ب − ٦أ^{٢}ب^{٣} + ٩أ^{٣}ب^{٢}
(٤) ٢٤س ص − ٨س^{٢} + ١٢س^{٢}ص
(٥) ١٠أ^{٤}ب^{٢} + ١٥أ^{٥}ب^{٤} − ٣٠أ^{٣}ب^{٣}
(٦) ٥أ^{٤}س − ١٠أ^{٣}س^{٢} + ٢٥أ^{٢}س
(٧) ٩س^{٣}ص^{٥} − ٢٧س^{٤}ص^{٤} − ١٨س^{٥}ص^{٣}
(٨) ٦أ^{٣}ب^{٣}هـ^{٢} − ٣أ^{٢}ب^{٤}هـ^{٢} + ٦أ^{٢}ب^{٢}هـ
(٩) ٨س^{٣}ص^{٣}ع^{٢} + ١٦س^{٢}ص^{٤}ع^{٢} − ٢٤س^{٢}ص^{٢}ع^{٣}
(١٠) ١٤أب هـ^{٣} + ١٨أ^{٢}ب^{٢}هـ^{٢} − ٢أب هـ
(١١) ١٢س^{٢}ص ع − ١٨س ص^{٢}ع − ٣٠س ص ع
(١٢) ٢أب^{٢}هـ^{٣} + ٦أ^{٣}ب^{٢}هـ + ٨أب^{٢}هـ
(١٣) ٦ل م^{٢}ن^{٣} − ٤ل^{٢}م^{٣}ن^{٢} + ١٢ل^{٣}م^{٤}ن
(١٤) ٥س^{٤}ص^{٢}ع^{٢} + ١٠س^{٣}ص^{٣}ع^{٣} − ١٥س^{٢}ص^{٤}ع^{٢}
(١٥) −٣ل^{٥}م^{٢}ن^{٢} − ٩ل^{٤}م^{٣}ن^{٣} − ٦ل^{٣}م^{٢}ن^{٢}
(١٦) ١٨أ^{٢}ب هـ − ١٦أب هـ + ٣٠أب هـ^{٢} − ٢٤أب^{٢}هـ^{٢}

٦ **حل** كلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

(١) ٥(أ + ٢) + ب(أ + ٢)
(٢) ص(س − ١) + ٣(س − ١)
(٣) ٦(س + ص) + ١٢أ(س + ص)
(٤) أ(س − ٢) + ب(٢ − س)
(٥) س(أ + ب) + ص(ب + أ)
(٦) ٣س^{٢}(أ + ٢ب) − ٦س(أ + ٢ب)
(٧) س(أ − ب) + ص(ب − أ)
(٨) ل(س − ص) − م(ص − س)
(٩) ٣س(أ + ب) + ٧(أ + ب)
(١٠) (س + ٤)س^{٢} + (س + ٤)ص^{٢}

٧ **استخدم** التحليل في تسهيل إيجاد قيمة كل من المقادير الآتية :

(١) ٢٧ × ٦٥ + ٢٧ × ٣٥
(٢) ٤٥ × ٧٣ + ٤٥ × ٢٧
(٣) ١٥ × ٤٣ − ١٥ × ٣٣
(٤) (٥٨)^{٢} + ٥٨ × ٤٢
(٥) (٣٦)^{٢} + ٣٦ × ٦٤
(٦) (٣٤٢)^{٢} + ٣٤٢ × ٦٥٨
(٧) ١٣ × ٦ + ١٣ × ٣ + ١٣
(٨) ٣٨ × ٤٠ + ٣٨ × ٦٨ − ٣٨ × ٨
(٩) ٦٩ × ٦١ + ٦٩ × ٧٢ − ٦٩ × ٣٣
(١٠) ٧ × ١٢٣ + ٧ × ٣٥ − ٧ × ١٨
(١١) (٢١)^{٢} + ٢١ × ٣٣ − ٢١ × ٤٤
(١٢) ٥(٤٨)^{٢} + ٧ × ٤٨ + ٥٣ × ٤٨
(١٣) ٦ × ١٥^{٢} + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥
(١٤) (٥٥ × ٢٠ + ٥٥ × ٣٠) + (٤٥ × ٢٤ + ٤٥ × ٢٦)

٨ **اختصر** لأبسط صورة (حيث أ ، ب ، هـ ، س ، ص ≠ ٠)

(١) $\frac{س^{٣}ص + س ص^{٣}}{س ص}$ [س^{٢} + ص^{٢}]
(٢) $\frac{أ^{٣}ب هـ^{٢} + أ ب^{٣} هـ^{٢}}{أ ب هـ^{٢}}$ [أ^{٢} + ب^{٢}]
(٣) $\frac{٢أ^{٢}ب + ٢أ ب^{٢}}{٢أ + ٢ب}$ [أ ب]
(٤) $\frac{(١٢)^{٢} - ٢ \times ١٢ + ١٢}{٢٢}$ [٦]
(٥) $\frac{٥(٧)^{٢} + ٤ \times ٧ + ٧}{٧}$ [٤٠]
(٦) $\frac{(١٣)^{٢} - ٦ \times ١٣ + ١٣}{٨}$ [١٣]

٩ إذا كان أ − ٣ب = −٢ **فأوجد** باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى القيمة العددية للمقدار : |٢أ(أ − ٣ب) − ٦ب(أ − ٣ب)| [٨]



سابق المتفوقين

١٠ حلل تحليلاً مما يأتي بإخراج العامل المشترك الأعلى :

① $٢ أ^٢ ب (٢ س + ٣ ص) - ٤ أ ب (٢ س + ٣ ص)$

② $٥ أ^٢ ب^٢ (٥ س + ٤ ص) - ١٥ أ^٣ ب^٢ (٥ س + ٤ ص)^٢$

③ $٣ أ ب^٢ (٢ ص - س) - ٦ أ^٢ ب (س - ٢ ص)^٢$

④ $٣ س^٢ (س - ٧) + ٢ س (س - ٧) + ٥ (س - ٧)$

⑤ $٤ م^٢ (٢ س + ص) - ٣ م (٢ س + ص) - ٧ (٢ س + ص)$



اختبارات مراجعة على ما سبق

نموذج (١) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (١٠ درجات)

① $٣ أ + أ =$ .... [٢ أ ، ٤ أ^٢ ، ٤ أ ، ٣ أ]

② $٣ ب^٢ \times -٥ ب^٣ =$ .... [-٨ ب^٥ ، ١٥ ب^٥ ، -١٥ ب^٥ ، -١٥ ب^٦]

③ $(ص - ٣) (ص + ٣) =$ ....

[ص^٢ + ٦ ، ص^٢ - ٩ ، ص^٢ + ٩ ، ص^٢ - ٦]

④ $-٤ س^٢ ص^٣ \div ٢ س ص =$ .... حيث س ، ص $\neq$ ٠

[-٢ س^٣ ص^٤ ، ٢ ص^٢ ، -٢ س ص^٢ ، -٢ س^٤ ص^٢]

⑤ إذا كان العدد النسبى $\frac{٦ - س}{س - ٧}$ = صفر فإن س = ...

[٧ ، -٧ ، ٦ ، -٦]

٢ (أ) أوجد ناتج : (٨ درجات)

① $(٢ س + ٧) (٣ س - ٥)$ ② $\frac{٢}{٣} \times (٢ + \frac{١}{٢}) - | - \frac{١}{٦} |$

(ب) أوجد خارج قسمة $٣٧ س^٢ - ٤ - ٩ س^٤$ على $٣ س^٢ - ٢ + ٥ س$

٣ (١٢ درجة)

(أ) اجمع $٢ س^٢ - ٣ س + ٥$ ، $٤ س - ٣ س^٢ - ٤$

(ب) ما زيادة $س^٢ - ٥ س - ١$ عن $٣ س^٢ + ٢ س - ٣$

(هـ) اختصر المقدار الآتى لأبسط صورة :

$٣ أ (٤ أ - ١) + ٢ أ (أ + ٣) - ٥ أ (٢ أ - ١)$

الوحدة الثالثة

الإحصاء



نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق



(١) أكمل ما يأتي :

① إذا كان المقدار ٢ س^{٣} − س^{٢} − ٥ س + ك يقبل القسمة على ٢ س − ٣

فإن ك = ...

② الأعداد ......، ......، ...... تقع بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٧}$

③ $٨\frac{٢}{٣} + (-٥\frac{١}{٩})$ = ...

④ العدد الذي يقع في ثلث المسافة بين $-\frac{١}{٤}$ ، $-\frac{٥}{٨}$

من جهة العدد الأصغر ....

⑤ $\left[\frac{٥}{٩} + \left(\frac{-٣}{٤}\right)\right] + \left(\frac{٧}{١٢} - \frac{٥}{٩}\right)$ = ...

(٢) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① ٦ س^{٢} × ٢ س^{٣} = ... [٨ س^{٦} ، ٨ س^{٥} ، ١٢ س^{٦} ، ١٢ س^{٥}]

② ٧ س + ٤ س = ... [٢٨ س ، ١١ س^{٢} ، ١١ س ، ٢٨ س^{٢}]

③ −١٨ أ^{٥} + ... = ٣ أ^{٢} [٦ أ^{٢} ، ٦ أ^{٣} ، −٦ أ^{٣} ، −٦ أ^{٢}]

④ ٢ س يزيد عن −٧ س بمقدار ....

[−٩ س ، −٥ س ، ٥ س ، ٩ س]



(٣) (أ) من ٦ س^{٢} + ٧ س − ٨ اطرح ٢ س^{٢} − ٥ س + ٤

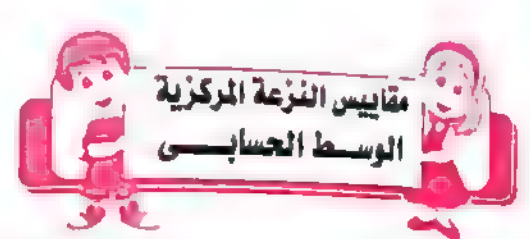
(ب) استخدم خاصية توزيع الضرب على الجمع لتسهيل إيجاد ناتج :

$\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٥ + \frac{٤}{٩}$

(جـ) أوجد حاصل جمع المقدارين الجبريين الآتيين :

٥ س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٥ س + ٤ ، ٣ س^{٣} + ٧ س^{٢} − ٥ س − ٤

الوحدة الثالثة



مقاييس النزعة المركزية
الوسط الحسابى

بالنظر إلى بعض القيم (أو الأعداد) التى تعبر عن بعض الظواهر نلاحظ أن أغلبها تقترب من بعضها وتقترب من قيمة معينة

فمثلاً أطوال طلاب فصلك تقترب من قيمة معينة ولتكن ١٥٠ سم ونلاحظ أن القيمة تزيد عنها أو تنقص عنها ولكن غالبيتها تتراكم وتقترب من هذه القيمة أى لا تجد مثلاً أطوال ٣٠ سم أو ٥٠ سم أو ٢٠٠ سم ويمكن أن تجد :

١٠٠ سم أو ١٢٠ سم أو ١٧٠ سم لكن بأعداد قليلة من الطلبة أما معظم القيم فقريبة من ١٥٠ سم هذه القيمة تسمى **مركز القيم**

وأغلب القيم يكون لها نزعة إحصائية نحو المركز (أى تقترب من المركز)

ويكون الطلاب الذين لهم أطوال بعيدة عن المركز أعدادهم قليلة ولدراسة ومعرفة هذه الظواهر يمكن قياسها بمقاييس تسمى "**مقاييس النزعة المركزية**" ومن مقاييس النزعة المركزية المتوسط (الوسط) الحسابى والوسيط والمنوال

المتوسط (الوسط) الحسابى

هو أبسط المتوسطات جميعاً وأكثرها تداولاً

وهو القيمة التى لو أعطيت لكل مفردة من مفردات المجموعة لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية

ويمكن حسابه بجمع قيم المفردات كلها ثم تقسم على عدد المفردات

أى أن الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد القيم}}$



فمثلاً إذا كان أحمد يأخذ مصروفه من والده فى ٥ أيام كالآتى :

٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥ من الجنيهات وأراد أحمد أن يأخذ مصروف ثابت يومياً وكان شرط والده أن يحافظ على جملة ما كان يأخذه فما هو مصروفه اليومى فى هذه الحالة ؟

فى هذه الحالة يمكن إيجاد مصروفه اليومى باستخدام الوسط الحسابى كما يلى :

مجموع ما يأخذه أحمد = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥

عدد أيام ذهابه للمدرسة = ٥ أيام ∴ المصروف اليومى = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥ جنيهات

أى أن مصروف أحمد الثابت الذى يمكن أخذه يومياً هو ٥ جنيهات

هذه القيمة (٥ جنيهات) تعرف بأنها المتوسط (الوسط) الحسابى للقيم :

٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥

ونلاحظ أن الوسط الحسابى هو القيمة التى لو أخذها أحمد فى جميع الأيام تتحقق العلاقة:

حيث ٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥



أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد المتوسط الحسابى للقيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٨

الحل

المتوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}} = \frac{٧+٥+٤+٨}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$

مثال ٢ اذا كان درجات ٥ طلاب فى امتحان شهر يناير لمادة الرياضيات هى ٧ ، ١٠ ، ٣ ، ٦ ، ٩ فأوجد الوسط الحسابى لهذه الدرجات

الحل

∵ الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

∴ الوسط الحسابى = $\frac{٧ + ١٠ + ٣ + ٦ + ٩}{٥} = \frac{٣٥}{٥} = ٧$ درجات

مثال ٣ القيم التالية توضح ساعات التدريب لبطل رياضي خلال هذا العام

٣٥ ، ٣٦ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٤٨ ، ٧٢ ، ٤٧ ، ٩٨ ، ٨٤ ، ٩٣ ، ٨٦ ، ٨٨

احسب الوسط الحسابي لساعات تدريب هذا البطل

الحل

$$\text{الوسط الحسابي لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$= \frac{٣٥ + ٣٦ + ٤٥ + ٦٠ + ٤٨ + ٧٢ + ٤٧ + ٩٨ + ٨٤ + ٩٣ + ٨٦ + ٨٨}{١٢}$$

$$= \frac{٧٩٢}{١٢} = ٦٦ \text{ ساعة}$$

∴ الوسط الحسابي لساعات التدريب = ٦٦ ساعة

مثال ٤ **أوجد** قيمة س إذا كان الوسط الحسابي للقيم الآتية :

٨ ، س ، ٧ ، ٥ هو ٦

الحل

$$\because \text{الوسط الحسابي لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

∴ مجموع القيم = الوسط الحسابي لهذه القيم × عددها

∴ ٨ + س + ٧ + ٥ = ٦ × ٤

∴ ٢٠ + س = ٢٤

∴ س = ٢٤ − ٢٠

∴ س = ٤





أمثلة للتدريب

تدريب ١

أوجد الوسط الحسابي لمجموعة القيم ٦ ، ٥ ، ٤

الحل

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{............}}{\text{عددها}}$$

$$= \frac{.... + ... + ...}{٣} = \frac{....}{٣} = ...$$

تدريب ٢

إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ك ، ٤ ، ٥ هو ٥ **فأوجد** قيمة ك

الحل

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{............}}{\text{عددها}}$$

مجموع القيم = ... × عددها

٣ + ... + ... + ... = ... × .....

∴ ك + ... = ...

∴ ك = ... − ..... = ...



تمارين (١٥) على الوسط الحسابي

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

(١) ساعة $\frac{١}{٢}$ امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتي :

① $\frac{٢}{٥} =$ .... ٪

② ١٢ أ^{٥} ب^{٤} ÷ .... = ٢ أ^{٢} ب^{٢}

③ $\left(٥\frac{١}{١٦} ÷ ٦\frac{٣}{٤} \right) \times - ٧\frac{١}{٩} =$ ....

④ الأعداد ...... ، ...... ، ...... تقع بين $\frac{١}{٢}$ ، $\left| -\frac{٣}{٤} \right|$

٤ درجات

(ب) ① استخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج $\frac{٤}{٩} \times ٣ + \frac{٤}{٩} \times ٤ + \frac{٤}{٩} \times ٢$

....

....

② ما النقص ٢ س + ٦ ص − ٧ عن ٢ س − ٥ ص + ٢ ؟

....

....

٣ درجات

(جـ) ① إذا كان ٢ أ + ب = ٣ فأوجد قيمة ٢ أ (٢ أ + ب) + ب (٢ أ + ب)

....

....

② أوجد خارج قسمة ٣ س^{٢} + س^{٣} − س − ٣ على س^{٢} − ١

....

....

....

....

٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

٢ أكمل ما يأتي :

① الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = ...

② الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٢ ، ٤ هو ....

③ الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ٦ ، ٤ ، ٥ ، ٨ هو ....

④ الوسط الحسابي للقيم ٩ ، ١٤ ، ١١ ، ١٣ ، ١٨ هو ....

⑤ المتوسط الحسابي للقيم ١٨ ، ٣٥ ، ٢٤ ، ٦ هو ....

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① الوسط الحسابي للقيم ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٥ هو ....

[٥ أو ٦ أو ٤ أو ٩]

② الوسط الحسابي للقيم ٧ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٨ هو ....

[٤ أو ٥ أو ٨ أو ٢]

③ الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ١٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ هو ....

[٦ أو ٤ أو ٨ أو ١٠]

④ الوسط الحسابي للقيم س ، س − ص ، ص − س هو ....

[س ص أو س أو $\frac{١}{٣}$ س أو $\frac{ص}{٢}$]

⑤ إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة القيم ١٧ ، ١٥ ، ص هو ١٥ فإن ص = ...

[١٤ أو ١٨ أو ١٦ أو ١٣]

⑥ إذا كان الوسط الحسابي للقيم س − ٢ ، س ، س + ٢ هو ٣ فإن س = ...

[١ أو ٢ أو ٣ أو ٩]

⑦ إذا كان الوسط الحسابي لأعمار خمسة أطفال هو ٨ سنوات فإن مجموع أعمارهم = ... سنة

[٥ أو ٨ أو ٢٠ أو ٤٠]

⑧ إذا كان الوسط الحسابي لدرجتي أحمد و محمد في امتحان الرياضيات ٨ درجات وكانت درجة أحمد ٩ درجات فإن درجة محمد .... درجات

[٣ أو ٧ أو ٨ أو ٩]

⑨ أي من الأعداد التالية هو المتوسط الحسابي للأعداد الأخرى .... ؟

[٢٦ أو ٢٨ أو ٢٩ أو ٣٠ أو ٣٧]

---

٤ أكمل ما يأتي :

① الوسط الحسابي للقيم ١٢ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨ هو ....

② إذا كان المتوسط الحسابي للأعداد ٣ ، ٥ ، س هو ٤ فإن س = ...

③ إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوي ٣٠ فإن المتوسط الحسابي لهذه الأعداد يساوي ....

---

٥ أوجد المتوسط الحسابي لكل مجموعة من القيم الآتية :

① ٤ ، ٦ ② ٣ ، ٥ ③ ٣ ، ٤

④ ٦ ، ١٠ ⑤ ١٠ ، ٢٠ ⑥ ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٦

⑦ ١ ، ٣ ، ٥ ⑧ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ⑨ ٣٥ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٥٥

---

٦ إذا كانت درجات شريف في ٣ شهور متتالية في مادة الرياضيات كالآتي :

٨٩ ، ٩١ ، ٩٦ أحسب متوسط الدرجات شهرياً لهذا الطالب [٩٢]

---

٧ إذا كانت درجات الحرارة لأسبوع كامل من شهر ديسمبر في إحدى المدن كالآتي : ٢٥° ، ٢٧° ، ٣١° ، ٢٣° ، ٢٢° ، ٢٢° ، ١٨°

أحسب المتوسط الحسابي لهذه الدرجات [٢٤°]

---

٨ إذا كانت ساعات المذاكرة لإحدى الطالبات خلال ٦ أيام متتالية كالآتي :

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد ساعات المذاكرة	$٣\frac{١}{٢}$	٣	$٢\frac{١}{٢}$	٣	٤	٢

أحسب متوسط عدد ساعات المذاكرة يوميا [٣]




٩ الجدول الآتي يبين درجات جهاد في امتحان الرياضيات في ٦ أشهر دراسية

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٣٠	٣٥	٤٢	٣٩	٤٤	٥٠

أوجد الوسط الحسابي للدرجات [٤٠]

---

١٠ أحسب الوسط الحسابي لمجموعات الأعداد الآتية :

① ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠

② ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١١

③ ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠٠

④ ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠١

⑤ ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

⑥ ١ ، ٣ ، ٥ ، .... ، ٩٩

مسائل المتفوقين

١١ إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٧ ، ٢ ، س + ٤ ، ٨ هو ٦

فأوجد قيمة س [٣]

---

١٢ إذا كان متوسط درجات كريم في ٥ اختبارات هو ٨٤ وكان متوسط درجاته في الاختبارات الثلاثة الأولى هو ٨٠ فما متوسط درجاته في آخر اختبارين [٩٠]

---

١٣ إذا كان الوسط الحسابي للقيم أ + ٢ ، ٣ أ – ٢ ، ٢ أ ، ٧ – أ ، ٣ هو ٨

فأوجد قيمة أ [٦]

الوسيـــــــط

يعرف الوسيط لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً إذا ما رتبت هذه المجموعة تصاعدياً أو تنازلياً

أى أنه القيمة التى تقسم مجموعة من البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه يساوى عدد القيم الأصغر منه

الوسيط

هو القيمـــة التـــى تقســـم باقـــى القيـــم إلـــى شطريـــن متساويـــين بحـــيث يكـــون عـــدد مـــا قبلـــها مساويـــاً لعـــدد مـــا بعدهـــا مـــن القيـــم

فمثلاً لإيجاد الوسيط لمجموعة من القيم عددها فردى مثل ٣ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٢

فإننا نرتب هذه القيم تصاعدياً (أو تنازلياً) كما يلى :

٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١١ فيكون العدد الذى فى المنتصف هو الوسيط وهو العدد ٦

كما نلاحظ من الشكل المقابل ٢ ، ٣ ، ⑥ ، ٩ ، ١١

قيمتين   قيمتين

حيث يوجد قبله عددين وبعده عددين أى أن عدد ما قبله يساوى عدد ما بعده

لاحظ أننا نقول عدد ما قبله وليس مجموع ما قبله أى أنه إذا وجد ٣ قيم قبله فإنه يوجد ٣ قيم بعده

أما إذا كان عدد القيم زوجياً فإننا نوجد العددين اللذين فى المنتصف ثم نوجد متوسطهما الحسابى فمثلاً لإيجاد الوسيط لمجموعة القيم ٣ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٢ ، ٨

فإننا نرتب هذه القيم كما يلى ٢ ، ٣ ، [٦ ، ٨] ، ٩ ، ١١

نلاحظ أنه يوجد عددين فى المنتصف فيكون الوسيط هو متوسط العددين أى

$\frac{٦ + ٨}{٢}$ = ٧ أى أن الوسيط = ٧



ويمكن تلخيص ما سبق فيما يلى :

لإيجاد الوسيط لمجموعة من القيم

① نرتب القيم تصاعدياً (أو تنازلياً)

② إذا كان عدد القيم فردياً فإن الوسيط = القيمة التى ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$ حيث ن عدد القيم أى القيمة التى تقع فى الوسط تماماً

إذا كان عدد القيم زوجياً فإن الوسيط = نصف مجموع القيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ أى = نصف مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط



مثال ① أوجد الوسيط لكل من مجموعات القيم الآتية :

① ٢ ، ٧ ، ٥ ، ٩ ، ٦   ② ١٤ ، ١٦ ، ٢٢ ، ١٨ ، ١٥ ، ٢٤

الحل

① ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢}$ = $\frac{٥ + ١}{٢}$ = ٣   (لأن عدد القيم فردى)

∴ نرتب القيم فيكون الوسيط هو القيمة الثالثة فى الترتيب

٢ ، ٥ ، [٦] ، ٧ ، ٩   ∴ الوسيط = ٦   (القيمة التى تقع فى الوسط تماماً)

② ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ ∴ $\frac{٦}{٢}$ = ٣ ، $\frac{٦}{٢}$ + ١ = ٤   (لأن عدد القيم زوجى)

∴ الوسيط هو متوسط القيمتين الثالثة والرابعة بعد ترتيب القيم

∴ ١٤ ، ١٥ ، [١٦] ، [١٨] ، ٢٢ ، ٢٤ (نصف مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط)

∴ الوسيط = $\frac{١٦ + ١٨}{٢}$ = ١٧



بصفة عامة قيمة الوسيط لا تساوى ترتيب الوسيط الا نادراً

(٢) يوضح الجدول التالى عدد ساعات المذاكرة اليومية لطالبين خلال هذا الأسبوع

أحمد	٥	١٠	٨	٦	٧	٤	٢
سعيد	٣	٤	٦	٢	٩	٥	٨

(١) أكتب بالترتيب ساعات المذاكرة لكل من الطالبين

(٢) عدد ساعات الوسيط لمذاكرة كل منهما

الحل

الترتيب

أحمد	٢	٤	٥	٦	٧	٨	١٠
سعيد	٢	٣	٤	٥	٦	٨	٩

الوسيط هو العدد الذى يقع فى المنتصف

∴ ساعات الوسيط للطالب أحمد = ٦ ساعات

∴ ساعات الوسيط للطالب سعيد = ٥ ساعات



تدريب (١) أكمل ما يأتى لإيجاد الوسيط والوسط الحسابى لمجموعة القيم الآتية :

(١) ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٦ ، ٩ ، ٧ ، ٣

(٢) ٣٣ ، ٤ ، ٢٩ ، ١١ ، ١٧ ، ٣٢

الحل

(١) ترتيب الأعداد .... ∴ الوسيط = ...

∴ الوسط الحسابى = ... = ...

(٢) ترتيب الأعداد .... ∴ الوسيط = ...

∴ الوسط الحسابى = ... = ...

امتحان (١٦) على الوسيط

أولاً : راجع هنا واختبر نفسك — $\frac{1}{2}$ ١ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) أكمل ما يأتى :

(١) (٤ س + ١) (٢ س + ٣) = ...

(٢) ١٢ أ^{٢} ب + ١٨ أ^{٣} ب^{٢} = ... (٢ + ...)

(٣) المقدار س^{٢} − ٥ س − ١ يزيد عن المقدار ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣ بمقدار ....

(٤) العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٦}$ هو ....

(٤ درجات)

(ب) (١) اختصر المقدار الآتى لأبسط صورة (أ + ب)^{٢} − (أ − ب)^{٢} + أ (٢ أ − ب)

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما أ = −١ ، ب = ٢

....

(٢) حلل المقدار الآتى ٩ م^{٤} ن^{٢} − ٦ م^{٢} ن^{٣} + ١٢ م^{٣} ن^{٤}

....

(٣ درجات) ....

(جـ) (١) أوجد مجموع ٣ س − ٤ س^{٢} + ٢ ، س^{٢} + س − ٥ ، ٣ + ٣ س^{٢} − ٤ س

....

(٢) أوجد خارج قسمة س^{٤} + ٣ س^{٢} + ٢ على س^{٢} + ١

....

....

....

(٣ درجات) ....

ثانياً : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٣) أكمل ما يأتي :

١) الوسيط هو ....

٢) الوسيط لمجموعة القيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٨ هو ....

٣) الوسيط لمجموعة القيم ١١ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٥ هو ....

٤) الوسيط لمجموعة القيم ٧ ، ١٠ ، ٤ ، ٩ ، ١٣ هو ....

٥) الوسيط لمجموعة القيم ٩ ، ٢ ، ٧ ، ١ ، ٣ هو ....

مسائل المستوى الثاني

(٣) أوجد الوسيط لكل مجموعة من مجموعات القيم الآتية :

١) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨   ٢) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨ ، ١٠

٣) $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ، ١   ٤) -٢ ، صفر ، -١ ، ١ ، ٥

(٤) الجدول الآتي يبين درجات جهاد في امتحان الرياضيات في ٦ أشهر دراسية

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٤١	٣٥	٤٧	٣٧	٤٤	٤٨

أوجد (١) الوسيط للدرجات السابقة [٤٢,٥]

(٢) المتوسط الحسابي للدرجات السابقة [٤٢]

(٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١) الوسيط للقيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٣ هو ......

[٢ أ ٣ أ ١٠ أ ١٥]

٢) الوسيط للقيم ٤ ، ٨ ، ٣ ، ٥ ، ٧ هو ......

[٧ أ ٥ أ ٤ أ ٣]

٣) الوسيط للقيم ٧ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ٨ هو ......

[١٣ أ ٦,٥ أ ٦ أ ٥]

٤) الوسيط للقيم ١٧ ، ٢٣ ، ١٢ ، ١٤ ، ٩ هو ......

[١٧ أ ٢٥ أ ١٤ أ ٣]

٥) الوسيط للقيم ١١ ، ٧ ، ١٥ ، ٢٤ هو ......

[٢٢ أ ١٢٤ أ ١٣ أ ١٧]

٦) العدد ...... هو الوسيط للأعداد ١٧ ، ٩ ، ١٥ ، ١١ ، ٦

[١٢ أ ١١ أ ٦ أ ١٧]

٧) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع فإن عدد القيم يساوي ......

[٣ أ ٥ أ ٧ أ ٩]

٨) ترتيب الوسيط للقيم ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١ ، ٣ هو ......

[٣ أ ٤ أ ٥ أ ٦]

٩) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع والخامس فإن عدد هذه القيم يساوي ......

[٤ أ ٥ أ ٨ أ ٩]

١٠) إذا كان الوسيط للقيم أ + ٣ ، أ + ٢ ، أ + ٤ حيث أ ∈ ص+ هو ٨ فإن أ = ...

[٢ أ ٣ أ ٤ أ ٥]

١١) إذا كان الوسيط للقيم أ + ٤ ، أ + ١ ، أ + ٦ هو ٦ فإن أ = ...

[١ أ ٢ أ ٤ أ ٦]

(٦) إذا كانت مجموعة أعمار ٧ طلاب في أحد المدارس بالسنوات هي كما يلي { ٨ ، ١١ ، ٧ ، ٩ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦ } فما العمر الوسيط لهذه المجموعة ؟

[٩]

(٧) إذا كانت درجات ثمانية طلاب في أحد اختبارات مادة الرياضيات هي كما يلي { ٣٥ ، ٣٢ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ٣٧ ، ٢٢ ، ٣٠ ، ٢٦ } فأوجد الدرجة الوسيطية لهذه المجموعة

[٢٨]

⑧ يوضح الجدول التالى درجات طالبين فى مواد الرياضيات والكيمياء والفيزياء والتاريخ والإحياء

	رياضيات	كيمياء	فيزياء	أحياء	تاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
محمود	١٢	١٣	٩	١٠	٧

اكتب الدرجة الوسيط لكل طالب [٢٠١٨]

مسائل المتفوقين

⑨ اكمل ما يأتى :

(١) إذا كانت القيم ٤ ، س ، ٧ ، ١٠ مرتبة تصاعدياً وكان الوسيط لهذه القيم يساوى ٦ فإن س = ...

(٢) إذا كان الوسيط للقيم س + ٤ ، س – ٣ ، س + ٨ هو ٥ فإن س = ...

(٣) إذا كان الوسيط للقيم ك ، ك + ٥ ، ك + ٣ هو ٩ فإن ك = ...

---

⑩ احسب الوسيط لمجموعات الأعداد الآتية :

(١) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٨ ، ٩ ، ١٠

(٢) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٩ ، ١٠ ، ١١

(٣) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٩٩ ، ١٠٠

(٤) ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ١٠٩

(٥) ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

(٦) ١ ، ٣ ، ٥ ، .... ، ٩٩



المنوال

المنوال

هو القيمة الأكثر شيوعاً أو القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها

فمثلاً إذا كان لدينا مجموعة من القيم مثل ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٦ ، ٥
فإن المنوال هنا هو القيمة الأكثر تكراراً و هى ٥

و فى حالة التوزيع التكرارى البسيط يكون المنوال هو القيمة التى تقابل أكبر تكرار

فمثلاً : فى جدول التوزيع التكرارى التالى :

القيمة	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار	٣	٤	٦	٥	٢

نلاحظ أن القيمة ٧ هى القيمة الأكثر تكراراً لأنها مكرره ٦ مرات

لذلك فإن المنوال = ٧ (القيمة الأكثر تكراراً)



- لاحظ أنه إذا وجدت مجموعة من القيم ليس لها قيم مكررة فيقال أن هذه المجموعة خاليه من المنوال
فمثلاً مجموعة القيم ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٦ ، ٨ ليس لها منوال
- يوجد بعض المجموعات من القيم لها أكثر من منوال

فمثلاً مجموعة القيم ٢ ، ٦ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٣ ، ٩ لها منوالان هما ٦ ، ٥ وتسمى مجموعة ذات منوالين وسوف نكتفى فى دراستنا بالبيانات وحيدة المنوال



أمثلة توضيحية

مثال ١ أوجد المنوال للقيم الآتية : ٢ ، ٧ ، ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٧

الحل

المنــوال = ٧ لأنها القيمة الأكثر تكراراً

مثال ٢ فيما يلي التوزيع التكراري لدرجات ٢٠ طالب

الدرجات	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
عدد الطلاب	٥	٣	٧	٢	٣	٢٠

أوجد المنوال لهذا التوزيع

الحل

المنوال = ٨ لأنها القيمة التي لها أكبر تكرار

مثال ٣ إذا كان المنوال للقيم ٣ ، س ، ٥ ، ٦ هو ٦ فأوجد قيمة س

الحل

المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً

∵ ٦ هو القيمة التي تتكرر أكثر من مرة ∴ س = ٦



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

أوجد المنوال لمجموعة القيم الآتية :

المجموعة : ٣ ، ٦ ، ٨ ، ٦ ، ٢ ، ٦ المنوال = ...

المجموعة : ٤ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٤ المنوال = ...

تمارين (١٧) على المنــوال

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك — $\frac{1}{2}$ ساعة امتحان ومراجعة

اختبار تراكمي (١٧)

١ (أ) أكمل ما يأتي :

١) الحد الجبري ٣ س^{3} ص^{2} من الدرجة ....

٢) باقي طرح −٤ س من ٣ س هو ....

٣) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو السادس فإن عدد القيم = ...

٤) الوسط الحسابي للقيم ١ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ٦ هو ....

٤ درجات

(ب) ١) اختصر لأبسط صورة (٢ س − ٣) (٢ س + ٣) + ٤

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = −١

....

....

٢) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$

....

....

٣ درجات

(جـ) ١) اطرح ٥ س^{2} + ص^{2} − ٣ س ص + ٣ من ٦ س^{2} − ٢ س ص + ٢ ص^{2}

....

....

٢) باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج :

$\frac{25}{16} \times \frac{11}{7} + \frac{25}{16} \times \frac{11}{7} - \frac{25}{16} \times \frac{6}{7}$

....

....

٣ درجات

ثانيا : أجب عما يأتي :

مسائل المستوى الأول

(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

① المنوال للقيم ٧ ، ١٢ ، ٢ ، ١١ هو ....

[١٢ أ ١٧ أ ١١ أ لا يوجد]

② المنوال للقيم ٥ ، ٧ ، ٦ ، ٩ ، ٦ هو ....

[٥ أ ٦ أ ٧ أ غير ذلك]

③ المنوال للقيم ٩ ، ٧ ، ٩ ، ٦ ، ٥ ، ٩ هو ....

[٧ أ ٩ أ ٣ أ ٥]

④ المنـــوال للقيم ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٢ ، ٥ ، ٣ هو ....

[٢ أ ١ أ ٥ أ ٧]

⑤ المنـــوال للقيم ١٣ ، ٣ ، ٥ ، ١٣ ، ١٢ ، ١ هو ....

[١٣ أ ١٢ أ ٣ أ ٥]

⑥ المنـــوال للقيم ١ ، ٣ ، ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٣ هو ....

[١ أ ٣ أ ٦ أ ٧]

⑦ إذا كان المنوال لمجموعة القيم ٧ ، ٥ ، ص + ٣ ، ٥ ، ٧ هو ٧ فإن ص = ...

[٣ أ ٤ أ ٥ أ ٧]

مسائل المستوى الثاني

(٣) أكمل ما يأتي :

① المنوال لمجموعة من القيم هو ....

② المنوال لمجموعة القيم ٧ ، ٣ ، ٧ ، ٧ ، ٣ ، ٥ هو ....

③ المنوال للأعـــــداد ١٢ ، ١١ ، ٧ ، ١١ ، ٨ هو ....

④ المنوال لمجموعة القيم ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٤ هو ....

⑤ المنوال لمجموعة القيم ٥ ، ٧ ، ٩ ، ٦ هو ....

⑥ إذا كان المنوال للقيم ٥ ، س ، ٦ ، ٤ هو ٤ فإن س = ...

⑦ إذا كان المنوال للقيم ٩ ، ٦ ، أ + ٥ ، ٦ ، ٩ هو ٦ فإن أ = ...

⑧ المنوال لمجموعة القيم ١٤ ، ١١ ، ١٢ ، ١١ ، ١٤ ، ١٥ ، ١١ هو ....

⑨ المنوال للألوان : أحمر ، أصفر ، أحمر ، أبيض ، أسود ، أحمر ، أبيض

هو اللون ....

⑩ إذا كان المنوال للقيم ١٥ ، ٩ ، س + ١ ، ٩ ، ١٥ هو ٩ فإن س = ...

(٤) أحسب الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال للقيم الآتية :

٥ ، ٤ ، ١٠ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٥ [٤ ، ٤ ، ٤,٥ ، ٤,٥]

(٥) إذا كانت تقديرات مجموعة من الطلاب في أحد الاختبارات هي :

ب ، أ ، هـ ، ب ، هـ ، ب ، هـ ، ب ، أ ، د

أوجد المنوال لهذه المجموعة [ب]

(٦) البيانات الآتية تمثل أعمار مجموعة من الأشخاص :

٣٣ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٢٥ ، ٣٣ ، ٤٨ ، ٣٣ ، ٢٥ ، ٣٣ ، ٢٠

أوجد المنوال لهذه الأعمار [٣٣]

(٧) البيانـات الآتيـة تمثـل الدرجـات التـي حصـل عليـها ٣٠ تلميـذاً في مـادة الرياضيـات حـيث كانـت النهايـة العظمـى لدرجـة الامتحان ١٠ درجـات

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٢	٤	٧	٩	٦	٢

أوجد الدرجة المنوال [٨]

(٨) يسافر رجل أعمال عدة مرات في الشهر لإجراء صفقات بالدول المختلفة فإذا علم أن عدد سفرياته خلال العام السابق هي ١ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٣ ، ٦ ، ١

فأوجد المنوال والوسيط والوسط الحسابي لعدد السفريات [٣ ، ٤ ، ٤]





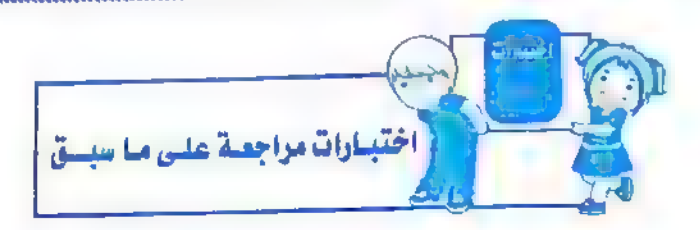
٩) من القيم الآتية : ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١ ، ٥ ، ٧ أوجد:

(١) المنوال [٥، ٧]

(٢) عدد القيمة الأقل من المنوال [٣]

(٣) عدد القيمة الأكبر من المنوال [لا يوجد]





نموذج (١) اختبار مراجعة على ما سبق ٣٠

١) **أكمل ما يأتي:** (١٠ درجات)

(١) ٤ س^{٢} ص^{٢} − ٢ س ص^{٢} + ٤ س^{٢} ص = ... (٢ س ص − ص + ...)

(٢) درجة المقدار الجبرى ٢ س^{٢} ص + ٤ س^{٣} ص^{٣} + س ص^{٢} هى ....

(٣) $\left[-٤\frac{١}{٣} \div \left(-٣\frac{١}{٤}\right)\right] + \left|\frac{-٥}{١٢}\right| = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(٤) $\left(\frac{٤}{٩} + \frac{٢}{٣}\right) \div \left(\frac{١٩}{١٨} - \frac{١}{٢}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

٢) (١٢ درجة)

(أ) **أطرح** ٥ س^{٢} + ص^{٢} − ٣ س ص من س^{٢} − ٢ س ص + ٣ ص^{٢}

(ب) **أوجد ناتج:**

(س − ٢ ص) (س + ٢ ص) + (س^{٢} + ٤ ص^{٢})

ثم **أوجد** القيمة العددية للناتج عندما س = −١



٣) (٨ درجات)

(أ) **أوجد** قيمة ك التى تجعل المقدار س^{٣} − ٣ س^{٢} − ٢٥ س + ك

يقبل القسمة على س^{٢} + ٤ س + ٣

(ب) من مجموعة القيم الآتية ٥ ، ٣٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ٤٠ **أوجد:**

(١) الوسيط لمجموعة القيم

(٢) الوسط الحسابى لمجموعة القيم

الوحدة الرابعة

الهندســـة



نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين : (١٠ درجات)

① عدد عوامل الحد الجبرى ٢ س^{٣} يساوى ....

[٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥]

② العدد النسبى الذى يقع فى منتصف المسافة بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ هو ....

[$\frac{٣}{٤}$ أو $\frac{١١}{١٦}$ أو $\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{٥}{٨}$]

③ إذا كان $\frac{س}{ص} = \left|\frac{-٢}{٣}\right|$ فإن $\frac{٣ س}{٢ ص}$ = ...

[$\frac{٩}{٤}$ أو $\frac{٢}{٣}$ أو $\frac{٣}{٢}$ أو ١]

④ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٣}{س - ٣}$ هو ....

[$\frac{س - ٣}{٣}$ أو $\frac{٣}{٣ - س}$ أو $\frac{-٣}{-س + ٣}$ أو $\frac{-٣}{٣ - س}$]

٢ (أ) اختصر لأبسط صورة : (٨ درجات)

① $\frac{١}{٢}$ أ^{٢} (٤ ب^{٢} + ٢ ب) + ب (أ^{٢} ب + أ^{٢})

② $\frac{(١٩)^{٢} - ٢ \times ١٩ + ١٩}{١٩}$

(ب) ما نقص المقدار ٢ أ − ٨ ب − هـ عن مجموع المقدارين ٣ أ − ٣ ب + هـ ، ٢ أ − ٤ ب − ٨ هـ

٣ (أ) مستطيل مساحة سطحه (٢ س^{٢} + ٧ س − ١٥) سم^{٢} فإذا كان طوله (س + ٥) سم فأوجد عرضه ثم احسب محيطه إذا كانت س = ٣ سم (١٢ درجة)

(ب) الجــدول التالى يبين أوزان الطلاب فى فصل يتكون من ٥٠ تلميذ

الـــوزن	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦
عدد التلاميذ	٣	٧	١٠	١٥	١٠	٥

وضح الوزن المنوال لتلاميذ هذا الفصل

الوحدة الرابعة

مفاهيم وتعاريف هندسية

تمهيد

عندما ننظر إلى سطح الأرض أثناء سيرنا في أي شارع نجد أن هناك بعض الأجزاء مرتفعة و بعض الأجزاء منخفضة لذلك نقول أن هذا الشارع سطحه غير مستوى
أما إذا نظرنا إلى سطح زجاج على مكتب أو منضدة سفرة نجد أن هذا السطح مستوى
وإذا امتد هذا السطح في جميع الجهات بلا حدود نسميه بالمستوى
وسوف ندرس بعض الأشكال الهندسية التي يمكن تكوينها على المستوى

القطعة المستقيمة

هي مجموعة مكونة من نقطتين مختلفتين وجميع النقط الواقعة بينهما

فإذا وضعنا نقطتين أ ، ب على ورقة بيضاء تمثل المستوى و وصلنا النقطتين باستخدام القلم والمسطرة فإننا نحصل على قطعة مستقيمة ، تسمى النقطتين أ ، ب طرفي القطعة المستقيمة
والقطعة المستقيمة نرمز لها بالرمز $\overline{\text{أب}}$ أو $\overline{\text{ب أ}}$

النقط الواقعة بين أ ، ب في تعريف القطعة المستقيمة تعني أنه إذا سارت نقطة (أ مثلاً) في اتجاه النقطة الأخرى (ب مثلاً) فإنها تمر بمجموعة نقط وهي النقط التي بينهما و أي نقط خارج هذا المسار لا تعتبر بينهما

الشعاع

هو قطعة مستقيمة ممتدة من إحدى جهتيها بلا حدود و بذلك فهو له نقطة بداية ولا يتعين له نقطة نهاية ولا يتحدد له طول

فإذا وضعنا المسطرة على $\overline{\text{أب}}$ ومددنا خطاً من جهة ب كما بالشكل فإن مجموعة نقط $\overline{\text{أب}}$ والنقط التي أمتدت (والسهم يعني أنها تمتد بلا حدود) تسمى بالشعاع و يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{\text{أب}}$



الخط المستقيم

هو قطعة مستقيمة ممتدة من جهتيها بلا حدود و بذلك فهو ليس له نقطة بداية وليس له نقطة نهاية ولا يتحدد له طول

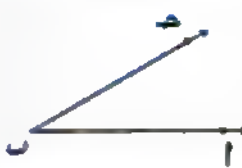
وبنفس الطريقة السابقة إذا امتدت القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ من جهتيها فإنها تسمى خط مستقيم ويرمز له بالرمز $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$
والسهمان يشيران إلى أن الخط المستقيم ممتد من جهتيه بلا حدود

لاحظ أن

- الخط المستقيم يرمز له بأي نقطتين عليه أو بحرف هجائي
- $\overline{\text{أب}} \subset \overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$
- القطعة المستقيمة لها طول يمكن قياسه فإذا كنا نذكر القطعة المستقيمة فنكتب $\overline{\text{أب}}$ أما إذا كنا نذكر طول القطعة المستقيمة فنكتب أب
فإذا كان لدينا قطعة مستقيمة طرفاها أ ، ب و طولها ٦ سم
فإننا نكتب طول $\overline{\text{أب}}$ = ٦ سم أو أب = ٦ سم

الزاوية

الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نقطة البداية نفسها
وتسمى نقطة البداية برأس الزاوية
ويسمى كل من الشعاعين " ضلع الزاوية "
أي أنه $\overrightarrow{\text{ب أ}} \cup \overrightarrow{\text{ب ج}}$ = زاوية أ ب ج



- يرمز للزاوية أ ب ج بالرمز ∠ أ ب ج أو ∠ ج ب أ أو ∠ ب
- الزاوية تجزئ المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقط هي مجموعة نقط الزاوية ، مجموعة نقط داخل الزاوية ، مجموعة نقط خارج الزاوية
- قياس الزاوية هو العدد الدال على الانفراج بين ضلعي الزاوية و يرمز لقياس ∠ أ ب ج بالرمز ق (∠ أ ب ج)



- الوحدة الشائعة فى تقدير قياس الزاوية هى الدرجة وتستخدم المنقلة فى تعيين قياس الزاوية وتوجد وحدات أصغر من الدرجة هى الدقيقة والثانية حيث الدرجة = ٦٠ دقيقة ونرمز لذلك ١° = ٦٠′ ، الدقيقة = ٦٠ ثانية ويرمز لها ١′ = ٦٠″

أنواع الزوايا

تصنف الزوايا حسب قياسها وذلك على النحو التالى :

الزاوية الصفرية	الزاوية الحادة	الزاوية القائمة
هى الزاوية التى قياسها صفر وينطبق ضلعاها	هى الزاوية التى قياسها أكبر من صفر وأقل من ٩٠°	هى الزاوية التى قياسها ٩٠°

الزاوية المنفرجة	الزاوية المستقيمة	الزاوية المنعكسة
هى الزاوية التى قياسها أكبر من ٩٠° وأقل من ١٨٠°	هى الزاوية التى قياسها ١٨٠°	هى الزاوية التى قياسها أكبر من ١٨٠° وأقل من ٣٦٠°

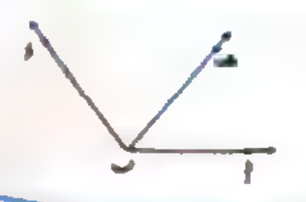
الزاويتان المتجاورتان

يقال لزاويتين إنهما متجاورتان إذا اشتركتا فى رأس وضلع وكان الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك

مثلا : ∠ أ ب هـ ، ∠ هـ ب و متجاورتان

(لأن الضلع المشترك $\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ فى الوسط)

بينما ∠ أ ب هـ ، ∠ أ ب و غير متجاورتان





- **الزاويتان المتتامتان** : هما زاويتان مجموع قياسيهما ٩٠°
- **الزاويتان المتكاملتان** : هما زاويتان مجموع قياسيهما ١٨٠°

مثلاً : الزاويتين اللتين قياسيهما ٧٠° ، ٢٠° متتامتان

لأن ٢٠° + ٧٠° = ٩٠°

والزاويتان اللتان قياسيهما ١٢٥° ، ٥٥° متكاملتان

لأن ١٢٥° + ٥٥° = ١٨٠°

نتائج هامة

- الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم متكاملتان
- إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفين لهما على استقامة واحدة

  فمثلاً ق (∠ أ ب و) + ق (∠ و ب هـ) = ٤٠° + ١٤٠° = ١٨٠°

  فيكون $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ على استقامة واحدة و يكون $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ خط مستقيم
- إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ورسم $\overrightarrow{\text{م هـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{م و}}$ فى جهة واحدة من $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

  فإن ق (∠ أ م هـ) + ق (∠ هـ م و) + ق (∠ و م ب) = ١٨٠°

  وإذا علم قياسى زاويتين يمكن معرفة قياس الزاوية الثالثة

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

إذا تقاطع مستقيمان فى نقطة فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس

مثلا : إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ = { م }

فإن ق (∠ أ م هـ) = ق (∠ و م ب) بالتقابل بالرأس ،

ق (∠ هـ م ب) = ق (∠ أ م و) بالتقابل بالرأس



الزوايا المتجمعة حول نقطة

إذا تقاطعت عدة أشعة فى نقطة واحدة فإن مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول هذه النقطة يساوى ٣٦٠°

فمثلاً : فى الشكل المقابل :



الزوايا ∠ أ م ب ، ∠ ب م هـ ، ∠ هـ م ء ، ∠ ء م أ تسمى زوايا متجمعة حول نقطة م و مجموع قياساتها = ٣٦٠°

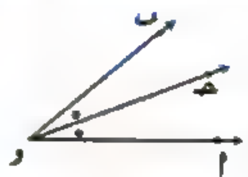
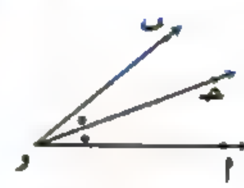
منصف الزاوية

منصف الزاوية هو الشعاع الذى يقسم قياس الزاوية إلى نصفين

فمثلاً : الشعاع $\overrightarrow{\text{و هـ}}$ ينصف ∠ أ و ب وفى هذه الحالة نقول أن

ق(∠ أ و هـ) = ق(∠ هـ و ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ و ب)

والعلامة " • " الموجودة داخل الزاوية تعنى أن قياس الزاويتين اللتين داخلهما العلامة متساويتان

أمثلة توضيحية

مثال ١ فى الشكل المقابل :

إذا كان ل مستقيم فضع رمزاً مناسباً من الرموز ∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄ ، = ، ≠ مكان النقط مع ذكر السبب:

(ل : أ ، ب ، هـ)

(١) أ ...... $\overline{\text{ب هـ}}$ (٢) ب ...... $\overline{\text{أ هـ}}$

(٣) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ...... $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ (٤) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ...... $\overrightarrow{\text{أ ب}}$

(٥) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ...... $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ (٦) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ...... $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$

الحل

(١) أ ∉ $\overline{\text{ب هـ}}$ لأن أ لا تقع بين النقطتين ب ، هـ (لا تنتمى إلى مجموعة نقط $\overline{\text{ب هـ}}$)

(٢) ب ∈ $\overline{\text{أ هـ}}$ لأن ب نقطة تقع بين النقطتين أ ، هـ (تنتمى إلى مجموعة نقط $\overline{\text{أ هـ}}$)

(٣) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ⊂ $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ لأن مجموعة نقط $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ محتواه فى $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$

(٤) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ لأن كل منهما يحتوى على نفس مجموعة النقط

(٥) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ≠ $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ لأن كل منهما ليس له نفس نقطة البداية وليس له نفس الاتجاه

(٦) $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ⊂ $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$ لأن مجموعة نقط $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ محتواه فى $\overleftrightarrow{\text{ب هـ}}$

مثال ٢ أذكر أنواع الزوايا التالية والتى قياس كل منها :

(١) ٤٥° (٢) ٩٦° (٣) ٩٠° (٤) ١٦٠°

(٥) ٢٤٠° (٦) ١٢٥° ٣٠َ (٧) ١٨٣° (٨) ١٨٠°

الحل

(١) حادة (٢) منفرجة (٣) قائمة (٤) منفرجة

(٥) منعكسة (٦) منفرجة (٧) منعكسة (٨) مستقيمة

مثال ٣ فى الشكل المقابل :

و ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ق(∠ أ و ء) = ٩٠°

أكمل ما يأتى :

(١) $\overrightarrow{\text{و أ}}$ ∪ $\overrightarrow{\text{و هـ}}$ = ...

(٢) $\overrightarrow{\text{و هـ}}$ ∪ $\overrightarrow{\text{و ب}}$ = ...

(٣) ∠ أ و هـ تكمل ∠ .... (٤) ∠ أ و هـ تتمم ∠ ....

(٥) ∠ أ و ء زاوية .... (٦) ∠ أ و ب زاوية ....

الحل

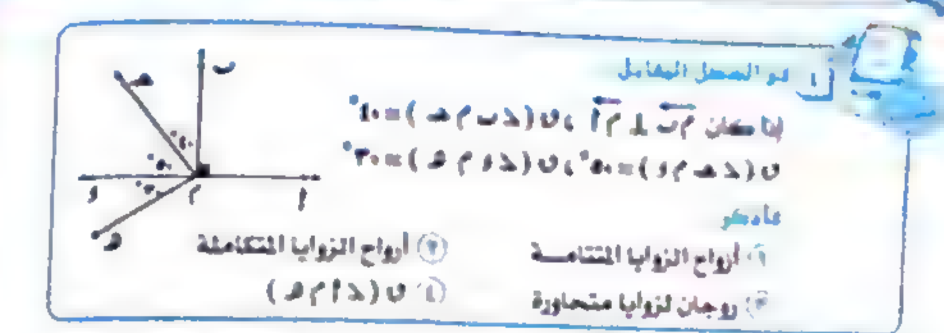
(١) ∠ أ و هـ (٢) ∠ هـ و ب (٣) هـ و ب

(٤) هـ و ء (٥) قائمة (٦) مستقيمة



لو المحمل المقابل

إذا كان م ب ⊥ م أ ، ق(∠ب م هـ) = ٤٠°
ق(∠هـ م و) = ٥٠° ، ق(∠و م ه) = ٣٠°



فاذكر
١) أزواج الزوايا المتتامة
٢) أزواج الزوايا المتكاملة
٣) زوجان لزوايا متجاورة
٤) ق(∠أ م ه)

الحل

١) الزوايا المتتامة : ∠ب م هـ ، ∠هـ م و

٢) الزوايا المتكاملة : ∠أ م ب ، ∠ب م و أو ∠أ م ه ، ∠ه م و

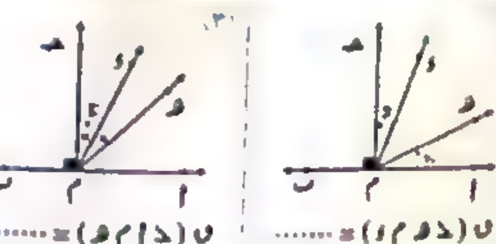
٣) زوايا متجاورة : ∠أ م ب ، ∠ب م هـ أو ∠هـ م و ، ∠و م ه

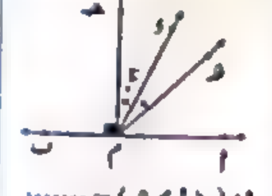
٤) مجموع قياسات الزوايا ∠أ م ب ، ∠ب م هـ ، ∠هـ م و ، ∠و م ه = ٢١٠°

فيكون ق(∠أ م ه) = ٣٦٠° − ٢١٠° = ١٥٠°

لو حل من الأشكال الآتية :

إذا كان م هـ ⊥ أ ب فأكمل قياس الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل :







١) ق(∠ب م هـ) = ...
٢) ق(∠و م هـ) = ...
٣) ق(∠أ م ه) = ...

الحل

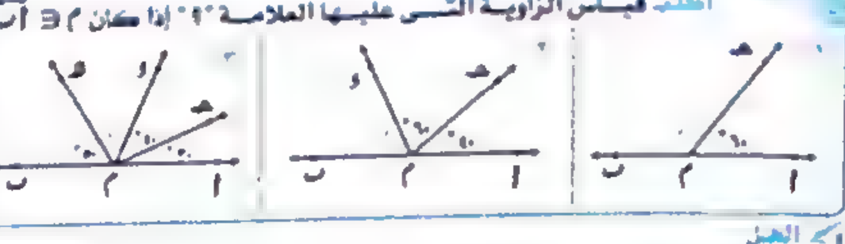
١) ق(∠ب م هـ) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

٢) ق(∠و م هـ) = ٩٠° − (٢٠° + ١٥°) = ٥٥°

٣) ق(∠أ م ه) = ٩٠° − (٢٢° + ٢٢°) = ٤٦°

لو حل من الأشكال الآتية

احسب قياس الزاوية التي عليها العلامة "؟" إذا كان م ∈ أ ب



الحل

١) ق(∠هـ م ب) = ١٨٠° − ٦٠° = ١٢٠°

٢) ق(∠و م ب) = ١٨٠° − (٤٠° + ٦٠°) = ٨٠°

٣) ق(∠و م ه) = ١٨٠° − (٣٠° + ٤٠° + ٥٠°) = ٦٠°

لو المحمل المقابل :

أ ب ∩ هـ و = {ه} ،
ق(∠أ ه ر) = ٣٦° ،
ق(∠ر ه هـ) = ٤٥°
أوجد ق(∠و ه ب)

الحل

ق(∠أ ه هـ) = ٣٦° + ٤٥° = ٧١°

ق(∠و ه ب) = ق(∠أ ه هـ) = ٧١° بالتقابل بالرأس

لو المحمل المقابل

م نقطة تقاطع أ ب ، هـ و
م ه ينصف ∠أ م هـ ، ق(∠ب م هـ) = ١١٦°
أوجد ق(∠أ م هـ) ، ق(∠أ م و) ، ق(∠أ م ه)



الحل



ق(∠أ م هـ) = ١٨٠° − ١١٦° = ٦٤°



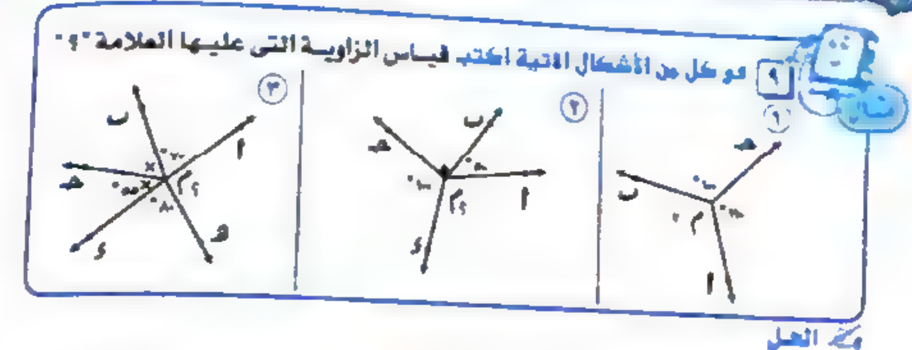
ق(∠أ م و) = ق(∠هـ م ب) = ١١٦° بالتقابل بالرأس

ق(∠أ م ه) = ½ ق(∠أ م هـ) = ٦٤°/٢ = ٣٢°





مثال ⑨ في كل من الأشكال الآتية اكتب قياس الزاوية التي عليها العلامة "؟"



الحل

① ق(∠ ب م ا) = ٣٦٠° − (١١٠° + ١٠٠°) = ١٥٠°

② ق(∠ ا م ء) = ٣٦٠° − (١٠٠° + ٩٠° + ٥٠°) = ١٢٠°

③ ق(∠ ا م هـ) = ٣٦٠° − (٨٠° + ٥٥° + ٥٥° + ٧٠°) = ١٠٠°



أمثلة للتدريب

تدريب (١) أكمل ما يأتي:

ق(∠ا)	٣٠°	٩٠°	١٢٠°	١٨٠°	٢٠٠°	صفر°	٨٩°	١٨١°
نوعها								

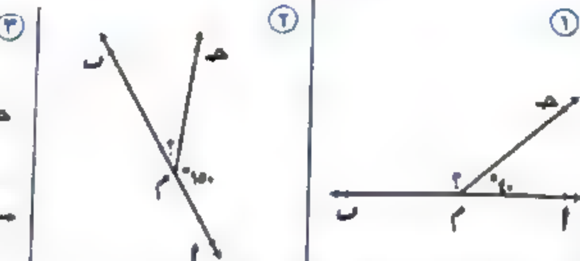
تدريب (٢) أكمل الجدول التالي:

ق(∠ا)	١٠°	٢٠°	٣٠°	٤٥°	٦٥°	٩٠°
نوعها						
قياس متممة ∠ا						
قياس مكملة ∠ا						
قياس ∠ا المنعكسة						

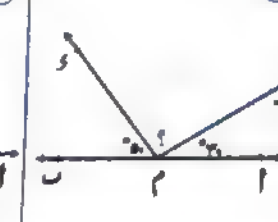


تدريب (٣) في كل من الأشكال الآتية:

إذا كان م ∈ $\overleftrightarrow{اب}$ فأوجد قياس الزاوية التي عليها العلامة (؟)









تدريب (٤) في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{اء} \cap \overleftrightarrow{وهـ} = \{ب\}$

$\overrightarrow{بهـ}$ ينصف ∠ و ب ء ،

ق(∠ و ب هـ) = ٥٠°

أكمل لإيجاد ق(∠ هـ ب ء) ، ق(∠ ا ب هـ)

الحل

ق(∠ هـ ب ء) = ق(∠ ....) = ...°

ق(∠ ا ب هـ) = ق(∠ ....) = ...° بالتقابل بالرأس



على مفاهيم و تعاريف هندسية

عزيزى الطالب

فى هذا المكان من كل تمرين ستجد

أسئلة لمراجعة ما سبق فى صورة اختبار تراكمى على ما سبق دراسته تجيبه فى نفس الورقة قبل أن تدخل فى الدرس الجديد وهذا يجعلك تتذكر ما درست باستمرار ولا تنساه و يجعلك فى مراجعة مستمرة لدروسك السابقة مما يجعلك فى تواصل مع ما درست و أيضاً يعودك على الاختبارات و يزيل رهبتها فى نفسك وهذه الميزة يقدمها لك كتاب الماهر فقط

ثانياً : اجب عما يأتى

مسائل المستوى الأول

(١) أكمل ما يأتى :

(١) قياس الزاوية المنفرجة أكبر من .... وأقل من ....

(٢) الزاوية التى قياسها 75° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٣) الزاوية التى قياسها 63° يكون قياس متممتها .... وقياس مكملتها .... والمنعكسة لها تكون قياسها ....

(٤) الزاوية التى قياسها 56° تتممها زاوية قياسها .... وتكملها زاوية قياسها ....

(٥) الزاوية التى قياسها 35° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٦) قياس الزاوية المستقيمة = ... بينما قياس الزاوية القائمة = ...

(٧) إذا كان ق (∠ أ) = 60° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...

(٨) الزاوية الحادة تتممها زاوية .... وتكملها زاوية ....

(٩) إذا كانت ∠ س تتمم ∠ ص ، ق (∠ س) = ق (∠ ص) فإن ق (∠ س) = ... °

(١٠) إذا كانت ∠ أ تكمل ∠ ب ، ق (∠ أ) = ق (∠ ب) فإن ق (∠ أ) = ... °

(١١) إذا كان ق (∠ س) = 30° ، ق (∠ ص) = ٢ ق (∠ س) فإن الزاويتين س ، ص تكونان ....

(١٢) إذا كان $\overrightarrow{ب و}$ ينصف ∠ أ ب هـ ، ق (∠ أ ب و) = 30° فإن ق (∠ أ ب هـ) = ... °

(٢) (أ) أكمل ما يأتى :

(١) الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان مشتركتان ....

(٢) الزاويتان المتقابلتان بالرأس .... فى القياس

(٣) إذا تقاطعت عدة أشعة فى نقطة واحدة فإن مجموع ....

(ب) فى الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{أ ب} \cap \overleftrightarrow{هـ ر} \cap \overleftrightarrow{ن و} = \{م\}$ ،

ق (∠ أ م هـ) = 50° ،

$\overrightarrow{م ه} \perp \overrightarrow{م أ}$ ، $\overrightarrow{م هـ} \perp \overrightarrow{م و}$

فأكمل ما يأتى :

(١) ق (∠ و م ب) = ...°

(٢) ق (∠ هـ م ه) = ...°

(٣) ق (∠ أ م ن) = ...°

(٤) ق (∠ ه م و) = ...°

(٥) ∠ أ م ن ، ∠ و م ب زاويتان ....

(٦) ∠ ر م ب ، ∠ ب م و زاويتان ....

(٧) ∠ أ م ه ، ∠ ه م ب زاويتان ....

(٣) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) إذا مدت القطعة المستقيمة من إحدى جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى ، قطعة مستقيمة ، شعاع ، خط مستقيم]

(٢) إذا مدت القطعة المستقيمة من جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى ، قطعة مستقيمة ، شعاع ، خط مستقيم]

(٣) .... لـه نقطة بداية وليس لـه نقطة نهاية

[الزاوية أو القطعة المستقيمة أو الشعاع أو الخط المستقيم]

(٤) يمكن قياس طول ....

[مستقيمان منطبقان أو قطعة مستقيمة أو شعاع أو خط مستقيم]

(٥) $\overline{\text{أب}}$ = ... [$\overrightarrow{\text{بأ}}$ أو $\overline{\text{بأ}}$ أو $\overrightarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{أب}}$]

(٦) الزاوية التي قياسها ٥٠° تكمل زاوية قياسها ....

[٥٠° أو ٤٠° أو ١٣٠° أو ٩٠°]

(٧) الزاوية التي قياسها ٤٠° تتمم زاوية قياسها ....

[٣٠° أو ١٤٠° أو ٤٠° أو ٥٠°]

(٨) الزاوية التي قياسها ١٠٨° تكون ....

[قائمة أو مستقيمة أو منعكسة أو منفرجة]

(٩) قياس الزاوية المستقيمة = ...

[٣٦٠° أو ١٠٨° أو ١٨٠° أو ٩٠°]

(١٠) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما = ...

[١٠٨° أو ٩٠° أو ٣٦٠° أو ١٨٠°]

(١١) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيم تكونان ....

[متتامتان أو متكاملتان أو متساويتان أو غير ذلك]

(١٢) إذا كانت إحدى الزاويتان المتكاملتان منفرجة فإن الزاوية الأخرى تكون ....

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

(١٣) رأس الزاوية ينتمي إلى مجموعة نقط ....

[الزاوية أو خارج الزاوية أو داخل الزاوية أو غير ذلك]

(١٤) إذا كانت الزاويتان المتتامتان متجاورتين واحداهما حادة فإن الأخرى تكون ......

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

(١٥) إذا كانت إحدى الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان قائمة فإن الزاوية الأخرى تكون ......

[مستقيمة أو حادة أو قائمة أو منفرجة]

(١٦) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع ومستقيم ومتساويتان في القياس يكون قياس كل منهما = ...

[٤٥° أو ٩٠° أو ١٨٠° أو ٣٦٠°]

(١٧) إذا كان ق (∠أ) = ٢ ق (∠ب) ، ∠أ تكمل ∠ب فإن ق (∠ب) = ...

[٣٠° أو ٦٠° أو ٩٠° أو ٤٥°]

(١٨) المنصفان لزاويتين متجاورتين ومتكاملتين ....

[متعامدان أو متوازيان أو منطبقان أو غير ذلك]

(١٩) إذا كانت ∠أ تكمل ∠ب ، ∠أ تكمل زاوية هـ فإن ∠ب ، ∠هـ ....

[متتامتان أو متكاملتان أو متجاورتان أو متساويتان في القياس]

(٢٠) إذا كان ق (∠س) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ص) ، ق (∠س) = ٣٠° فإن الزاويتان س ، ص تكونان ....

[متتامتان أو متكاملتان أو منفرجتان أو متساويتان في القياس]

(٢١) مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة = ...

[٩٠° أو ٣٠٦° أو ١٨٠° أو ٣٦٠°]

(٢٢) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان ....

[متجاورتان أو متكاملتان أو متتامتان أو متساويتان في القياس]

(٢٣) الزاوية التي قياسها ٦٠° تقابلها بالرأس زاوية قياسها = ...

[٣٠٠° أو ١٢٠° أو ٦٠° أو ٣٠°]

٤ في الشكل المقابل

أجب عما يأتي :

(١) هل $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{أهـ}}$ ؟ ولماذا

(٢) هل $\overrightarrow{\text{بأ}}$ = $\overrightarrow{\text{بهـ}}$ ؟ ولماذا

(٣) هل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = $\overleftrightarrow{\text{بهـ}}$ ؟ ولماذا

(٤) هل $\overrightarrow{\text{أب}}$ = $\overrightarrow{\text{بأ}}$ ؟ ولماذا

(٥) اكتب أربعة أسماء مختلفة للمستقيم ل

(٦) ما معنى أن النقطة ب تنتمي للمستقيم ل ؟

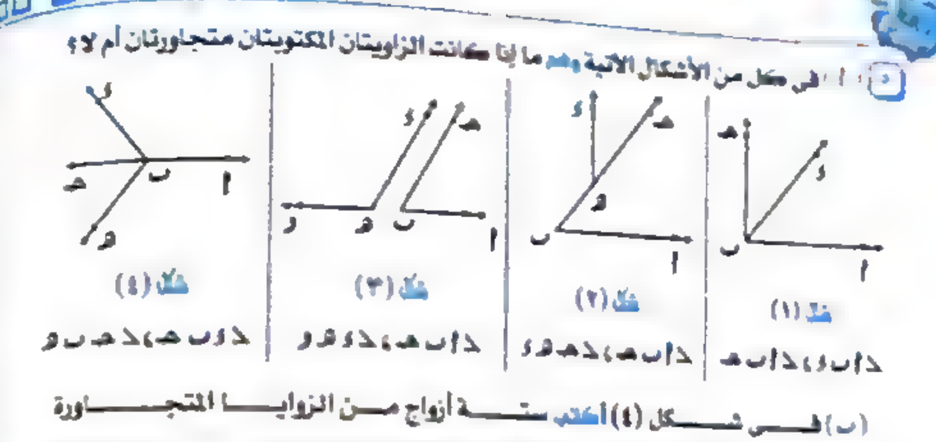
(٧) ما الفرق بين $\overline{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{بأ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، أب ؟

(٨) متى نقول أن أ ، ب ، هـ على استقامة واحدة ؟





(٥) (أ) في كل من الأشكال الآتية وضح ما إذا كانت الزاويتان المكتوبتان متجاورتان أم لا؟



(ب) في شكل (٤) اكتب ستة أزواج من الزوايا المتجاورة

(٦) اذكر أنواع الزوايا التالية والتي قياس كل منها :

(١) ٦٠° (٢) ١٣٠° (٣) ٨٩° ٦٠َ (٤) ١٨٥°

(٥) ٤٣° (٦) ١٨٠° ١َ (٧) صفر° (٨) ١٨٠°

(٩) ٩٠° (١٠) ١٩٠° (١١) ٣٦٠° (١٢) ١٠٨°

مسائل المستوى الثاني

(٧) أكمل الجدول الآتي :

قياس ∠ أ	٢٠°	٥٠°				
قياس متممة ∠ أ			٦٠°			٩٠°
قياس مكملة ∠ أ				١٧٠°		
قياس ∠ أ المنعكسة					٢٩٠°	

(٨) باستخدام الشكل المقابل أذكر :

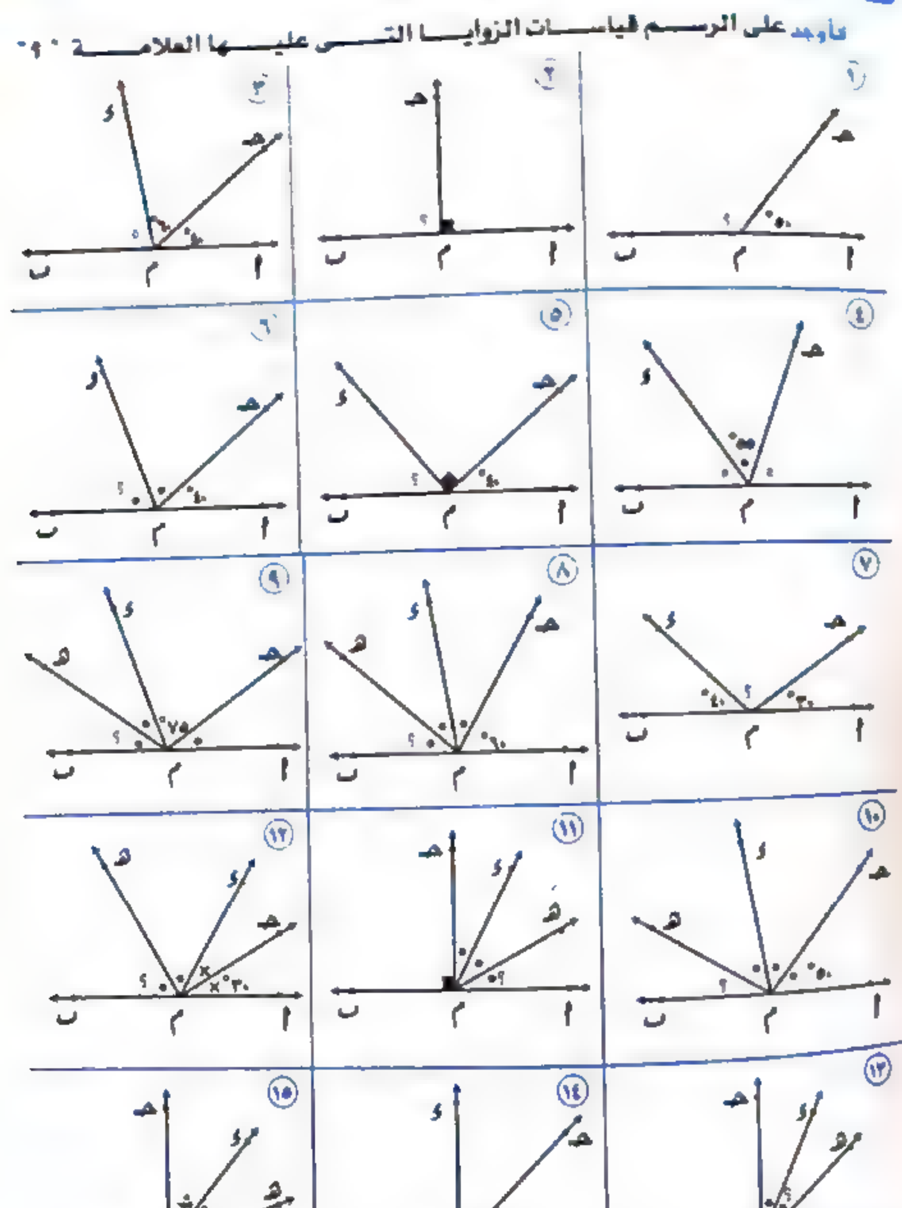
(١) زوجاً من أزواج الزوايا المتجاورة

(٢) زوجاً من أزواج الزوايا المتتامة

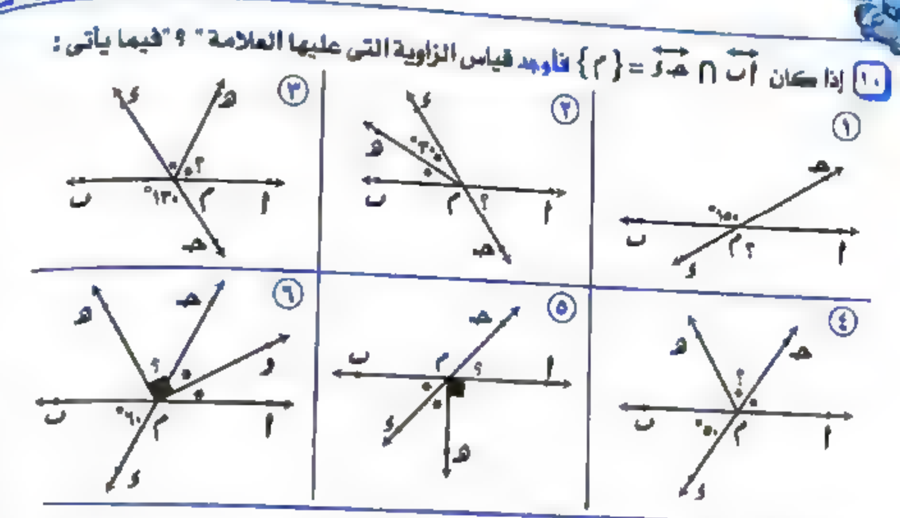
(٣) زوجاً من أزواج الزوايا المتكاملة

(٩) في كل من الأشكال الآتية: إذا كانت م ∈ أ ب

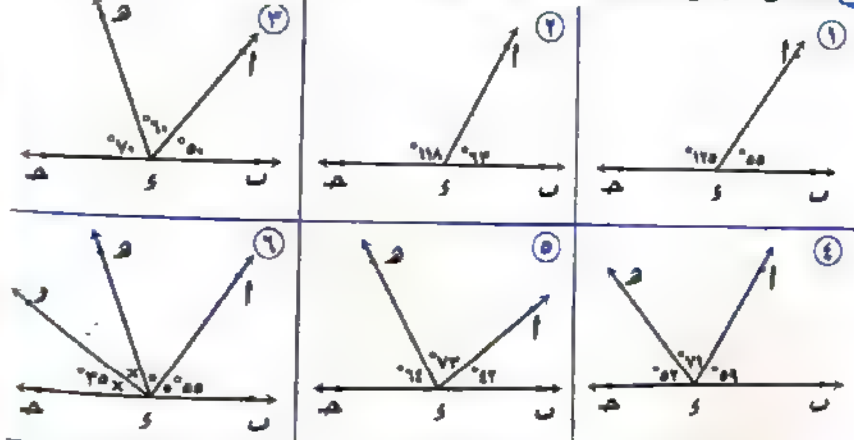
أوجد على الرسم قياسات الزوايا التي عليها العلامة ؟



١٠ إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ د} = \{م\}$ فأوجد قياس الزاوية التي عليها العلامة " ؟ " فيما يأتي :

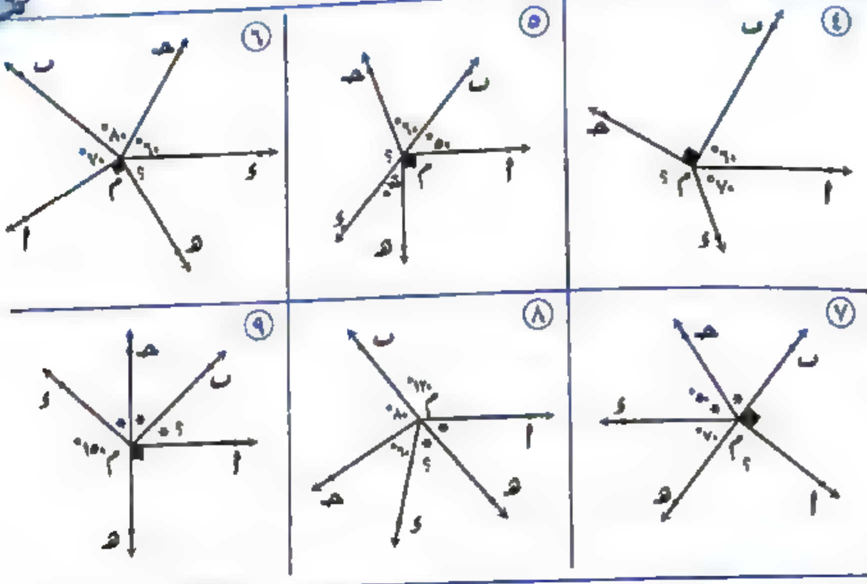


١١ في كل من الأشكال الآتية حدد ما إذا كانت $\overrightarrow{د ب}$ ، $\overrightarrow{د جـ}$ على استقامة واحدة أم لا ؟



١٢ في كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟)





١٣ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ د} = \{م\}$ ،

ق (∠ أ م د) = ٤٦° ،

ق (∠ هـ م ب) = ٩٠°

أوجد ق (∠ هـ م جـ)



[١٣٦°]

١٤ في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ هـ} = \{م\}$ ،

$\overrightarrow{م د} \perp \overleftrightarrow{جـ هـ}$ ، $\overrightarrow{م ب}$ منصف ∠ د م هـ

فأوجد قياسات الزوايا التالية :

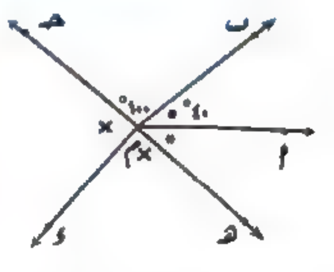
∠ ب م هـ ، ∠ د م هـ ، ∠ أ م جـ ، ∠ أ م هـ

[٤٥° ، ٩٠° ، ٤٥° ، ١٣٥°]



(١٥) في الشكل المقابل:

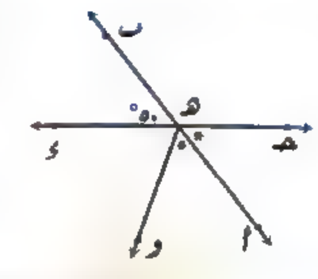
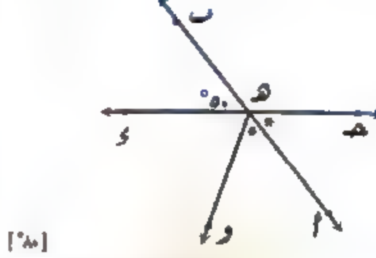
ق(∠ب م هـ) = ١٠٠° ،
ق(∠أ م ب) = ٤٠° ،
ق(∠أ م د) = ق(∠أ م ب) ،
ق(∠هـ م ى) = ق(∠د م ى)
أوجد ق(∠هـ م ى)
هل $\overleftarrow{مد}$ ، $\overleftarrow{مهـ}$ على استقامة واحدة



[٩٠°]

(١٦) في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{أب}$ ∩ $\overleftrightarrow{هـو}$ = {د} ،
ق(∠ب د ى) = ٥٠° ،
$\overrightarrow{دأ}$ ينصف (∠هـ د و)
أوجد: ق(∠و د ى)

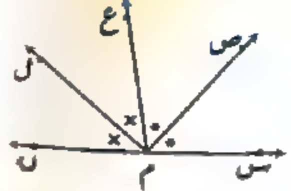
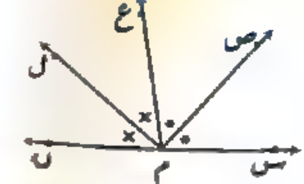



[٨٠°]



(١٧) في الشكل المقابل:

$\overleftrightarrow{سن}$ مستقيم ،
$\overrightarrow{مص}$ ينصف ∠س م ع ،
$\overrightarrow{مل}$ ينصف ∠ع م ن
أذكر ق(∠ص م ل)

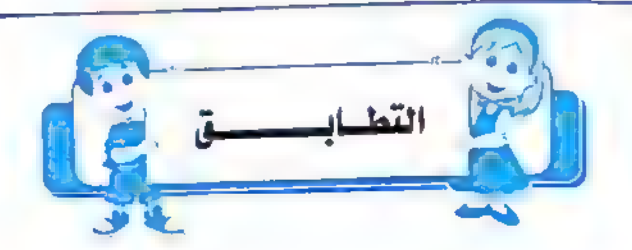
(١٨) في الشكل المقابل:

إذا كانت ∠١ تتمم ∠٢ ، ∠١ تتمم ∠٣
وكان ق(∠٢) = ٥٠° ، ى ∈ $\overline{بهـ}$
أذكر ق(∠٣)

[٥٠°]







تطابق قطعتين مستقيمتين

تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتين في الطول

مثلاً: إذا كان طول $\overline{أب}$ = طول $\overline{هـو}$

فإن $\overline{أب}$ تطابق $\overline{هـو}$ وتكتب $\overline{أب}$ ≡ $\overline{هـو}$

والعكس صحيح إذا كانت $\overline{أب}$ ≡ $\overline{هـو}$

فإن طول $\overline{أب}$ = طول $\overline{هـو}$

تطابق زاويتين

تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتين في القياس

مثلاً: إذا كان ق(∠أ ب هـ) = ق(∠د و هـ و)

فإن ∠أ ب هـ تطابق ∠د هـ و

وتكتب ∠أ ب هـ ≡ ∠د هـ و

والعكس صحيح أي أنه

إذا كان ∠أ ب هـ ≡ ∠د هـ و

فإن ق(∠أ ب هـ) = ق(∠د هـ و)





تطابق مضلعين

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوس المضلعين بحيث يطابق كل ضلع و كل رأس في المضلع نظيره في المضلع الآخر

مثلاً : إذا كان المضلع أ ب جـ د هـ يطابق المضلع و ز ط د هـ

فإن أ ب = و ز ، ب جـ = ز ط ، جـ د = ط د ، أ هـ = و هـ ، $\overline{\text{هـ د}}$ ضلع مشترك

ق (∠ أ) = ق (∠ و) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ز) ، ق (∠ جـ) = ق (∠ ط)

ق (∠ جـ د هـ) = ق (∠ ط د هـ) ، ق (∠ أ هـ د) = ق (∠ و هـ د)

ملاحظة يجب كتابة المضلعين المتطابقين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة



مثال ١ في الشكل المقابل :

المضلع أ ب هـ و يطابق المضلع جـ ب هـ د

أكمل ما يأتي :

① أ ب = ...

② أ و = ...

③ و هـ = ...

④ ق (∠ أ) = ... ⑤ ق (∠ و) = ...

⑥ ق (∠ و هـ ب) = ... ⑦ ق (∠ أ ب هـ) = ...

الحل

① جـ ب ② جـ د ③ د هـ ④ ق (∠ جـ)

⑤ ق (∠ د) ⑥ ق (∠ د هـ ب) ⑦ ق (∠ جـ ب هـ)

تمارين (٢) على التطابق

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{1}{4}$ ساعة امتحان ومراجعة

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① الزاوية التي قياسها ١٠٠° تكمل زاوية قياسها ....

[١٠٠° أو ٨٠° أو ٢٠° أو ٢٦٠°]

② الزاوية التي قياسها ١٠٥° تكون ....

[قائمة أو مستقيمة أو منعكسة أو منفرجة]

③ وحدة قياس الزاوية هي ....

[الدرجة أو السنتيمتر أو الكجم أو غير ذلك]

④ إذا كان ق (∠ ب) = ١٦٠° فإن ق (∠ ب) المنعكسة = ...

[٢٠° أو ٢٠٠° أو ٣٠٠° أو ٣٦٠°]

٤ درجات

(ب) أكمل ما يأتي :

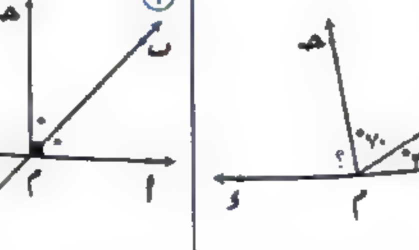
① الزاوية التي قياسها ١٨٠° هي زاوية ....

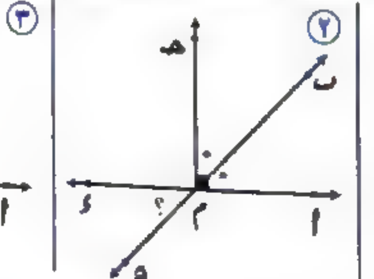
② الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما = ...

③ الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيم تكونان ....

٣ درجات

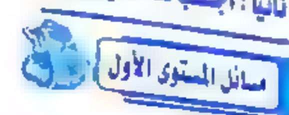
(جـ) في كل من الأشكال الآتية اذكر قياس الزاوية التي عليها العلامة (؟)





٣ درجات

ثانياً : أجب عما يأتي :



(٢) أكمل ما يأتي :

(١) تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا ....

(٢) تتطابق الزاويتان إذا كانتا ....

(٣) يتطابق المضلعان إذا وجد تقابل بين رؤوسهما بحيث يطابق كل .... وكل .... في المضلع الأول نظيره في ....

(٤) إذا كان $\overline{أب} \equiv \overline{هـ و}$ فإن أب = ...

(٥) إذا كان ∠أ ≡ ∠ب وكان ق(∠أ) = ٤٠° فإن ق(∠ب) = ...°

(٦) إذا كانت هـ منتصف $\overline{أب}$ فإن $\overline{أهـ}$ .... $\overline{بهـ}$

(٧) إذا كان المضلع أ ب هـ و ≡ المضلع س ص ع ل فإن $\overline{أب}$ ≡ .... ، ق(∠ب هـ و) = ق(∠ ....)

(٨) إذا كان ∠أ تكمل ∠ب ، ∠أ ≡ ∠ب فإن ق(∠ب) = ...°

(٩) إذا كان ∠أ تتمم ∠ب ، ∠أ ≡ ∠ب فإن ق(∠أ) = ...°

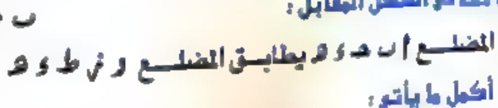
(١٠) إذا كان $\overline{أب} \equiv \overline{س ص}$ فإن أب − س ص = ...

(١١) يتطابق المربعان إذا تساوى .... ، بينما يتطابق المستطيلان إذا تساوى ....





(٣) في الشكل المقابل :



المضلع أ ب جـ د هـ يطابق المضلع و ن ط د هـ

أكمل ما يأتي :

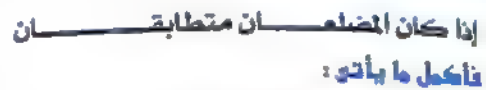
(١) أ ب = ... ، و هـ = ...

(٢) ب جـ = ... ، أ هـ = ...

(٣) ق(∠أ) = ق(∠......) ، ق(∠ب) = ق(∠......)

(٤) ق(∠جـ) = ق(∠......) ، ق(∠جـ د هـ) = ق(∠......)

(٤) في الشكل المقابل :



إذا كان المضلعان متطابقان

فأكمل ما يأتي :

(١) الرأس ب تناظر الرأس ....

(٢) المضلع ك ع ص س ل يطابق المضلع ....

(٣) ل ك = ... سم

(٤) ق(∠أ) = ق(∠ ....)

(٥) س ص = ... سم (٦) ق(∠ص) = ق(∠ ....)

(٥) في الشكل المقابل :

إذا كان المضلعان متطابقان

(أ) فأكمل ما يأتي :

(١) المضلع أ ب هـ و يطابق المضلع ....

(٢) الضلع المشترك بينهما هو ....

(ب) لماذا تكون الجمل الآتية صواباً ؟

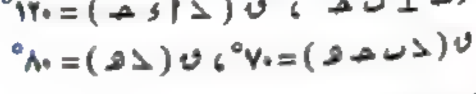
(١) أ هي نقطة منتصف $\overline{و ص}$

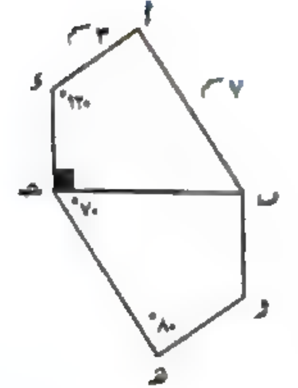
(٢) ∠ص أ ب تطابق ∠و أ ب (٣) $\overline{أب} \perp \overline{و ص}$

(٤) $\overline{أب}$ في المضلع أ ب هـ و تطابق $\overline{أب}$ في المضلع أ ب س ص

مسائل المتفوقين

(٦) في الشكل المقابل :





المضلع أ ب جـ د يطابق المضلع هـ جـ ب و

$\overline{دجـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، ق(∠أ د جـ) = ١٢٠°

ق(∠ب جـ هـ) = ٧٠° ، ق(∠هـ) = ٨٠°

أكمل ما يأتي :

(١) هـ جـ = ... سم ، (٢) هـ و = ... سم

(٣) ق(∠و) = ...° ، (٤) ق(∠أ) = ...°

(٥) ق(∠د أ ب) = ...°

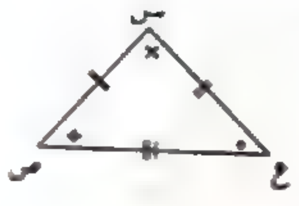


تطابق المثلثات

تطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا وجد تناظر بين رؤوس المثلثين بحيث يطابق كل عنصر من العناصر الستة لأحدهما العنصر المناظر من المثلث الآخر





ونحن نعلم أن لأى مثلث ثلاث أضلاع وثلاث زوايا وهى نعرف بالعناصر الستة للمثلث

فإذا كان أ ب جـ ، س ص ع مثلثين فيهما :

- أ ب = س ص ، أ جـ = س ع ، ب جـ = ص ع
- ق(∠ أ) = ق(∠ س) ، ق(∠ ب) = ق(∠ ص) ، ق(∠ جـ) = ق(∠ ع)

فإن Δ أ ب جـ يطابق Δ س ص ع

وتكتب Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع

والعكس صحيح

إذا تطابق مثلثين فإن أضلاعهما المتناظرة متساوية فى الطول وزواياهما المتناظرة متساوية فى القياس

أى أنه إذا كان Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع فإن :

∠ أ ≡ ∠ س ، ∠ ب ≡ ∠ ص ، ∠ جـ ≡ ∠ ع

$\overline{\text{أ ب}}$ ≡ $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ≡ $\overline{\text{ص ع}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ ≡ $\overline{\text{س ع}}$

ملاحظة

- عند كتابة المثلثين المتطابقين يجب أن يكون لهما نفس الترتيب فى كتابة رؤوسهما المتناظرة
- Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع

الرأس أ تناظر الرأس س
الرأس ب تناظر الرأس ص
الرأس جـ تناظر الرأس ع

- على هذا فإنه يمكن التعبير عن المثلثين المتطابقين السابقين بست طرق وهى :

Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع ، Δ أ جـ ب ≡ Δ س ع ص

Δ ب أ جـ ≡ Δ ص س ع ، Δ ب جـ أ ≡ Δ ص ع س

Δ جـ أ ب ≡ Δ ع س ص ، Δ جـ ب أ ≡ Δ ع ص س

حالات تطابق مثلثين

لإثبات تطابق مثلثين فإنه ليس من الضرورى إثبات تطابق العناصر الستة فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر ولكن يوجد حالات يكتفى فيها بإثبات تطابق ثلاثة عناصر فى أحدهما مع نظائرها فى المثلث الآخر على أن يكون أحدهما ضلع على الأقل وبالرغم من استخدام الأدوات الهندسية تستطيع أن ترسم وتقيس الأشكال باستخدام برامج الكمبيوتر لتساعدك على اكتشاف حالات تطابق المثلثين والتى سنعرضها فيما يلى :

الحالة الأولى: تطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

فى Δ أ ب جـ ، Δ س ص ع إذا كان :

أ جـ = س ع ، ب جـ = ص ع ، ∠ جـ ≡ ∠ ع

فإن Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع

ويتبع ذلك :

∠ أ ≡ ∠ س ، ∠ ب ≡ ∠ ص ، أ ب = س ص



ملاحظات

- يجب أن تكون الزاوية محصورة بين الضلعين
- إذا ساوى قياسا زاويتين من مثلث قياسا زاويتين من مثلث آخر فإن قياس الزاوية الثالثة من المثلث الأول يساوى قياس الزاوية الثالثة من المثلث الآخر

الحالة الثانية لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر

في Δ ا ب ـﻫ ، Δ س ص ع إذا كان :

ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ،

ق (∠ ـﻫ) = ق (∠ ع) ، ب ـﻫ = ع ص

فإن Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ س ص ع

الحالة الثالثة لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر

في Δ ا ب ـﻫ ، Δ س ص ع إذا كان :

ا ب = س ص

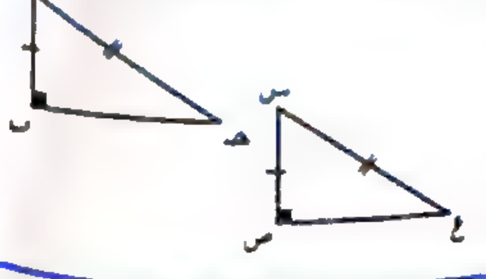
ا ـﻫ = س ع

ب ـﻫ = ص ع

فإن Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ س ص ع



يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعي القائمة في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر



في Δ ا ب ـﻫ ، Δ س ص ع إذا كان :

ق (∠ ب) = ق (∠ ص) = ٩٠°

ا ـﻫ = س ع ، ا ب = س ص

فإن Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ س ص ع

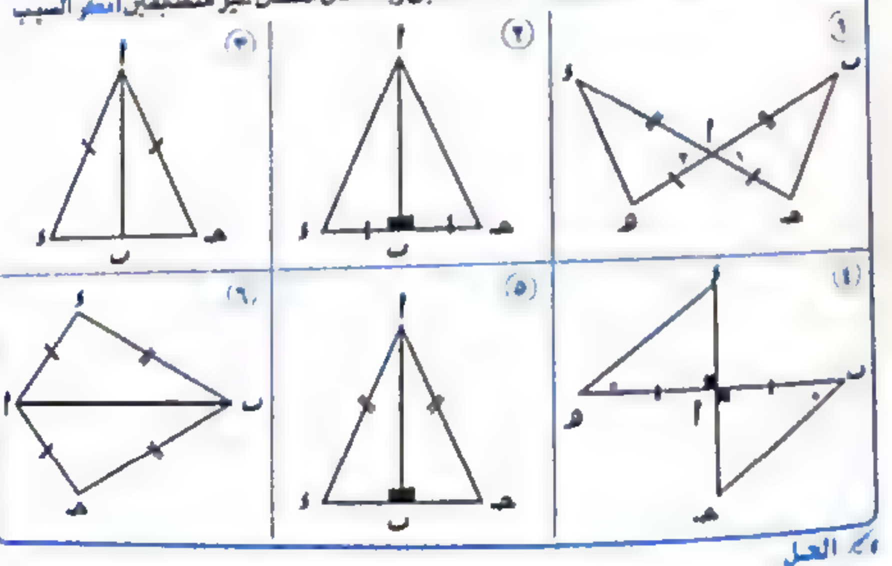


ملاحظة

- لإثبات تطابق مثلثين يكفي إثبات تطابق ثلاثة عناصر في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر أحدها ضلع على الأقل وبالتالي تكون العناصر الثلاثة الأخرى في أحدهما مطابقة لنظائرها في المثلث الآخر

أمثلة توضيحية

١ العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات في الأشكال التالية فهل المثلثان متطابقان ؟ وإذا كان المثلثان متطابقان اكتب تطابق المثلثين وبين حالة التطابق وإذا كان المثلثان غير متطابقين اذكر السبب



الحل

(١) Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ ا و د (ضلعان وزاوية محصورة) (ق (∠١) = ق (∠٢) بالتقابل بالرأس)

(٢) Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ ا ب و (ضلعان و زاوية محصورة لاحظ أن $\overline{اب}$ ضلع مشترك في المثلثين)

(٣) المثلثين غير متطابقين لأن ا ـﻫ = ا و ، $\overline{اب}$ ضلع مشترك ولا يوجد عنصر ثالث لتطابق المثلثين

(٤) Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ ا د و (زاويتين والضلع المرسوم بين رأسيهما)

(٥) Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ ا ب و (وتر وضلع في المثلث القائم)

(٦) Δ ا ب ـﻫ ≡ Δ ا ب و (ثلاثة أضلاع)

مثال ٢ في الأشكال الآتية العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة التي عليها هذه العلامات ، **اذكر** المثلثات المتطابقة مع ذكر السبب ؟ ثم **اذكر** ناتج التطابق

الحل

① △ أ ب د ≡ △ أ جـ د لأن أ ب = أ جـ ، ب د = جـ د ، $\overline{أد}$ ضلع مشترك

وينتج من التطابق أن ∠ب ≡ ∠جـ ، ∠ب أ د ≡ ∠جـ أ د ، ∠أ د ب ≡ ∠أ د جـ

② لا يتطابق المثلثان لأن لا يمكن التطابق بالزوايا فقط

③ لا يتطابق المثلثان لأن الزاوية المعطاة غير محصورة بين الضلعين

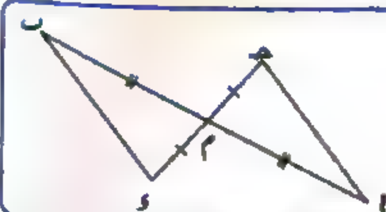
④ لا يتطابق المثلثان لتطابق ضلع وزاوية فقط وهذه المعلومات غير كافية للتطابق

مثال ٣ في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ ∩ $\overline{جـ د}$ = {م}

م أ = م ب ، م جـ = م د

هل △ أ م جـ ≡ △ ب م د ؟ ولماذا ؟

الحل

△ أ م جـ ≡ △ ب م د (تطابق ضلعان والزاوية المحصورة)

لأن أ م = ب م ، جـ م = د م ، ق(∠أ م جـ) = ق(∠ب م د) بالتقابل بالرأس

مثال ٤ في الشكل المقابل :

أ ب = أ جـ

ب د = جـ د

تحقق من أن $\overleftrightarrow{أد}$ ينصف ∠أ



الحل

△ أ ب د ≡ △ أ جـ د (تطابق الأضلاع)

فيكون ق(∠ب أ د) = ق(∠جـ أ د) (من نتائج التطابق)

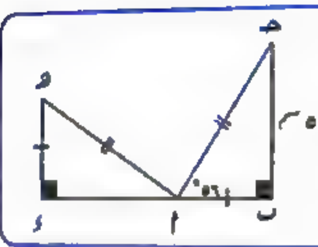
أي أن $\overleftrightarrow{أد}$ ينصف ∠أ

مثال ٥ في الشكل المقابل :



ادرس حالة التطابق

ثم **استنتج** ق(∠أ هـ د) ، طول $\overline{أد}$



الحل

△ أ ب جـ ≡ △ هـ د أ (تطابق وتر وضلع في مثلثين قائمي الزاوية)

ق(∠أ هـ د) = ق(∠جـ أ ب) = ٥٦° (من نتائج التطابق)

أ د = جـ ب = ٥ سم

مثال ٦ **ادرس** معطيات المثلثين أ ب جـ ، د هـ و ، إذا كانت المعطيات كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اكتب** "تطابق المثلثين" و**بين** حالة التطابق وإذا كانت المعطيات غير كافية للتحقق من تطابق المثلثين **اذكر** السبب

① أ ب = د هـ ، أ جـ = د و ، ∠أ ≡ ∠د

② ب جـ = هـ و ، أ ب = د هـ ، ∠ب ≡ ∠د

الحل

١ نرسم مثلثين ونضع عليهما المعطيات

من الرسم يتضح أن :

Δ أ ب هـ ≡ Δ د و ر

(ضلعين والزاوية المحصورة)

٢ نرسم مثلثين ونضع عليهما المعطيات

المثلثين لا ينطبقان لتطابق ضلعين

في أحدهما مع نظائرهما في الآخر

ولكن الزاويتين المتطابقتين

إحداهما غير محصورة

أمثلة للتدريب

تدريب (١)

في الشكل المقابل :

Δ أ ب هـ ≡ Δ د هـ و

أكمل ما يأتي :

١ ∠ أ ≡ ∠ .... ، $\overline{أب}$ ≡ ....

٢ ∠ ب ≡ ∠ .... ، $\overline{بهـ}$ ≡ ....

٣ ∠ ر ≡ ∠ .... ، $\overline{ور}$ ≡ ....

تدريب (٢)

ادرس الأشكال الآتية واذكر تطابق المثلثين وأوجد قيمة س ، ص فيما يأتي :

(١)

Δ .... ≡ Δ ....

س = ... ، ص = ...

(٢)

Δ أ ب هـ ≡ Δ ....

س = ... ، ص = ...

على تطابق المثلثات

(١) (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

١ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة = ...

[٩٠° ، ١٨٠° ، ٣٠٦° ، ٣٦٠°]

٢ الزاوية التي قياسها ٨٠° تتمم زاوية قياسها ....

[١٠٠° ، ٨٠° ، ٢٨٠° ، ١٠°]

٣ قياس الزاوية المستقيمة = ...

[صفر° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°]

٤ إذا كان ق (∠ أ ب هـ) = ٩٠° فإن ق (∠ أ ب هـ) المنعكسة = ...

[٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°]

(ب) أكمل ما يأتي :

(١) الزاوية المنفرجة هي الزاوية التي قياسها ....

(٢) الزاويتان المتكاملتان هما ....

٣ الزاوية الحادة تتممها زاوية .... و تكملها زاوية ....

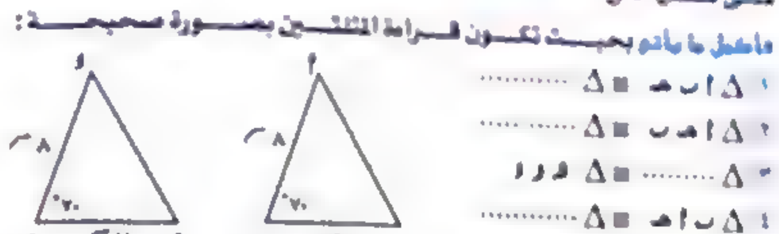
(جـ) إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{أد}$ فأوجد قياس الزاوية التي عليها العلامة (?) .

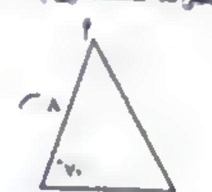
(١) (٢) (٣)

ثانياً: أسئلة ومسائل

مسائل المستوى الأول

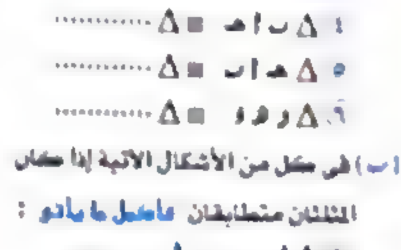
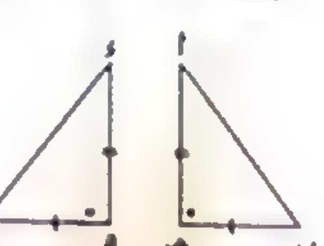
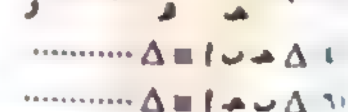
(١) (أ) في كل من الأشكال الآتية إذا كان المثلثان متطابقان فأكمل ما يأتي بحيث تكون قراءة المثلثين بصورة صحيحة:



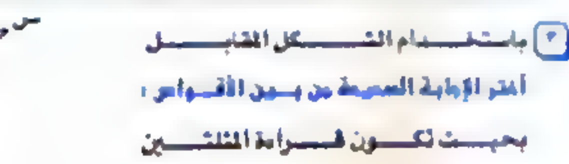
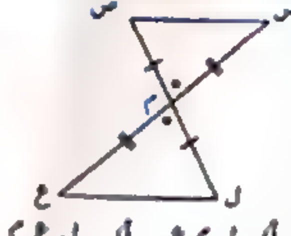
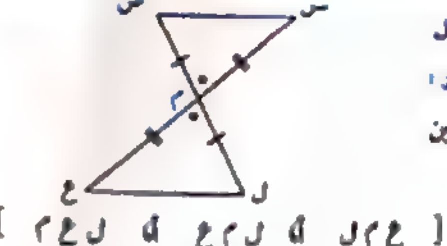
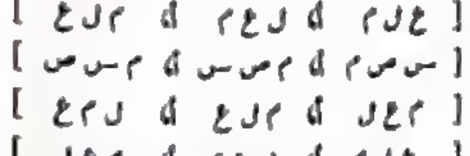
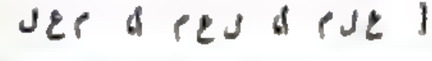
١ Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
٢ Δ أ هـ ب ≡ Δ ....
٣ Δ .... ≡ Δ د هـ و
٤ Δ ب أ هـ ≡ Δ ....
٥ Δ هـ أ ب ≡ Δ ....
٦ Δ و د هـ ≡ Δ ....

(ب) في كل من الأشكال الآتية إذا كان المثلثان متطابقان فأكمل ما يأتي:

١ Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
٢ Δ أ هـ ب ≡ Δ ....
٣ Δ د هـ و ≡ Δ ....
٤ Δ هـ ب أ ≡ Δ ....
٥ Δ و د هـ ≡ Δ ....
٦ Δ ب هـ أ ≡ Δ ....

(٢) باستخدام الشكل المقابل اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس بحيث تكون قراءة المثلثين بصورة صحيحة

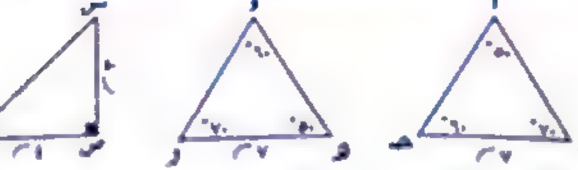






① Δ س م ص ≡ Δ .... [ع م ل ، ل م ع ، ل ع م]
② Δ ل م ع ≡ Δ .... [س م ص ، س ص م ، ص م س]
③ Δ ص س م ≡ Δ .... [ع ل م ، ل ع م ، م ل ع]
④ Δ م ع ل ≡ Δ .... [س ص م ، م ص س ، م س ص]
⑤ Δ م ص س ≡ Δ .... [م ع ل ، م ل ع ، ل م ع]
⑥ Δ س ص م ≡ Δ .... [ع ل م ، ل ع م ، م ع ل]

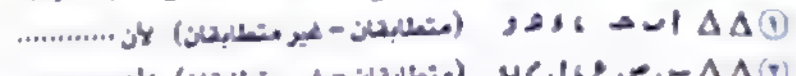




(٤) اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس مع ذكر السبب

① Δ Δ أ ب هـ ، د هـ و (متطابقان - غير متطابقان) لأن ....
② Δ Δ س ص ع ، ل م ن (متطابقان - غير متطابقان) لأن ....



(٥) أكمل ما يأتي مستعيناً بالأشكال الآتية:

(أ) Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
لأن ① .... ② .... ③ ....

(ب) Δ س ص ع ≡ Δ ....
لأن ① .... ② .... ③ ....

ويستنتج أن: ق(∠ص) = ق(∠.....) ، ق(∠ع) = ق(∠.....) ، ص ع = ...

مسائل المستوى الثاني

(٦) إذا كانت العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات فاختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:



① Δ أ ب هـ ≡ Δ ....
[أ د هـ ، د هـ ب ، هـ د أ ، د ب أ]

② ق(∠ب أ هـ) = ق(∠......)
[د هـ أ ، د أ هـ ، أ د هـ ، ب هـ أ]



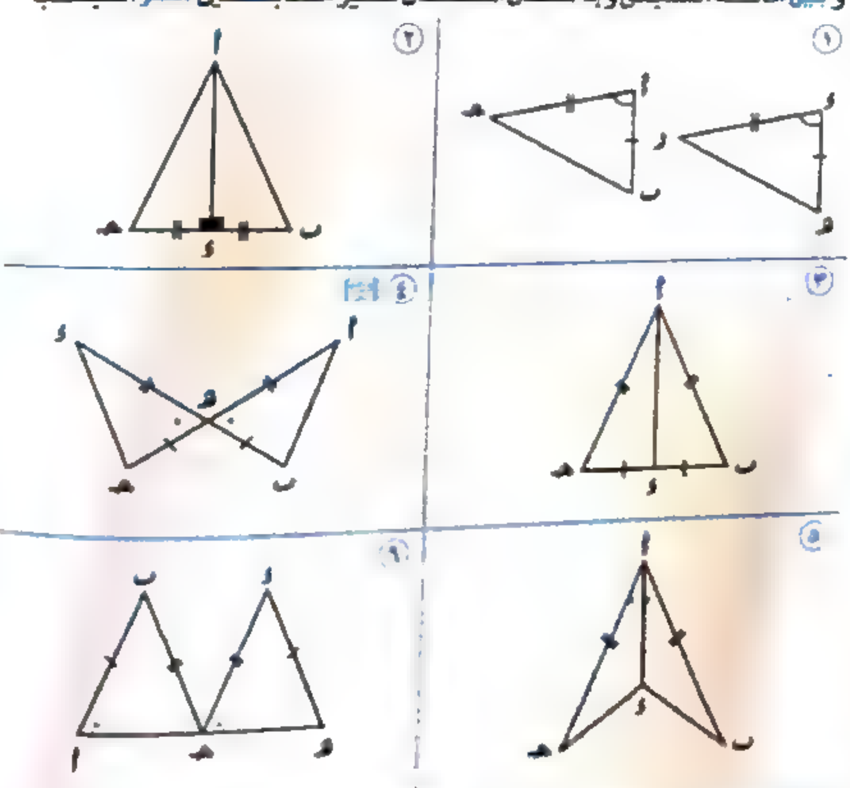
(٣) ق(∠ا هـ د) = ق(∠ ......)
[ا هـ ب ، هـ ا ب ، ا د هـ ، د ا هـ]

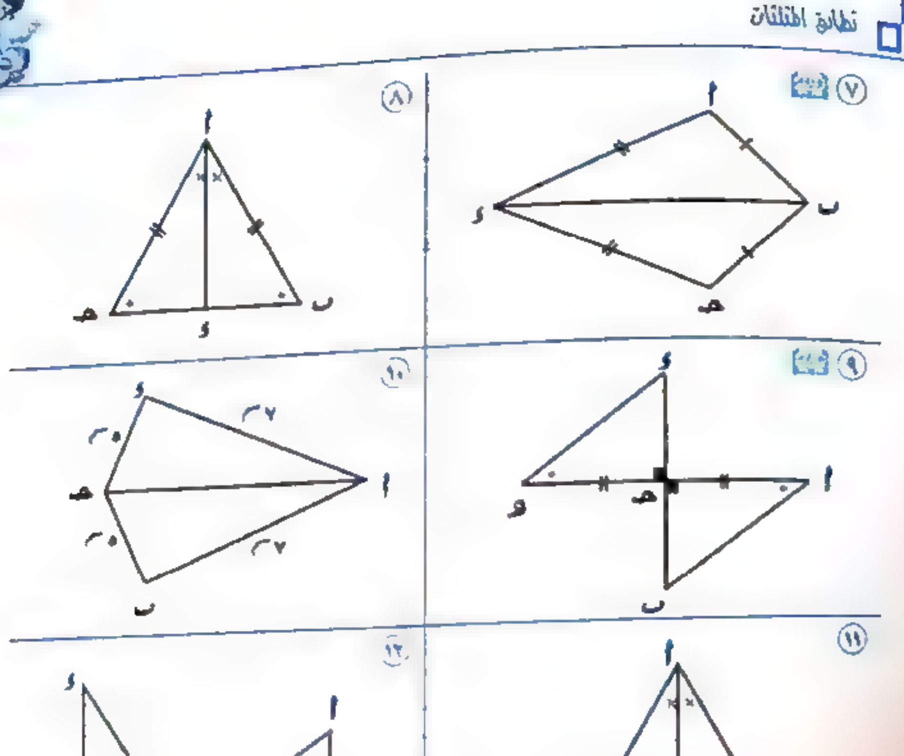
(٤) Δ ا ب د ≡ Δ ....
[ا ب هـ ، هـ د ب ، د هـ ب ، ا ب د]

(٥) ق(∠ا ب د) = ق(∠ ......)
[ا ب هـ ، هـ د ب ، ا د ب ، هـ ب د]

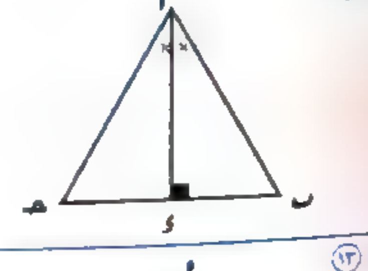
(٦) ∠ا د ب ≡ ∠ ....
[هـ د ب ، ا ب هـ ، ب هـ د ، هـ ب د]

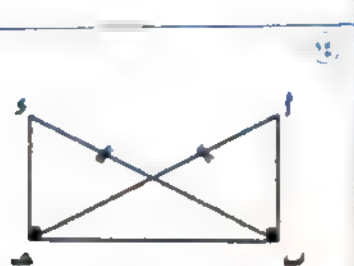
(٧) العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات فى الأشكال التالية هل المثلثان متطابقان ؟ وإذا كان المثلثان متطابقان اكتب تطابق المثلثين و بين حالة التطابق وإذا كان المثلثان غير متطابقين اذكر السبب



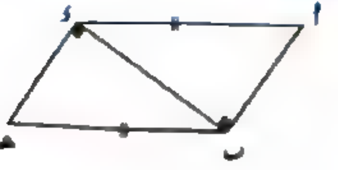














(١٧)

(١٨)

(١٩)

(٢٠)

٨ ارسم الأشكال الآتية وأوجد قيمة س ، ص في كل مما يأتي :

(١)

(٢)

(٣)

(٤)

(٥)

(٦)

(٧)

(٨)

٩ في كل من الأشكال الآتية العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات ، اذكر المثلثات المتطابقة مع ذكر السبب ثم اكتب ناتج التطابق

(١)

(٢)

(٣)

(٤)

(٥)

(٦)

(٧)

(٨)

ادرس معطيات المثلثين ا ب جـ ، س ص ع إذا كانت المعطيات كافية للتحقق من تطابق المثلثين اكتب "تطابق المثلثين" وبين حالة التطابق وإذا كانت المعطيات غير كافية للتحقق من تطابق المثلثين اذكر السبب :

① ا ب = س ص ، ا جـ = س ع ، ∠ا ≡ ∠س

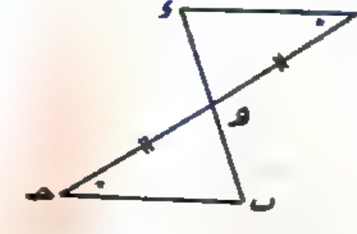
② ب جـ = ص ع ، ا ب = س ص ، ∠ب ≡ ∠ع

③ ا ب = ع ص ، ب جـ = ص س ، ا جـ = ع س

④ ا ب = س ص ، جـ ا = ع س ، ∠ب ≡ ∠ص

⑤ ∠ب ≡ ∠ع ، ∠جـ ≡ ∠س ، ب جـ = ع س

(11) في الشكل المقابل :

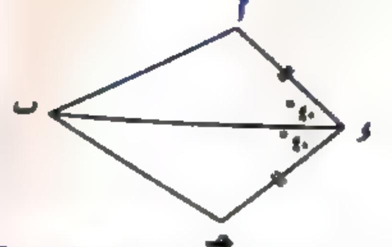


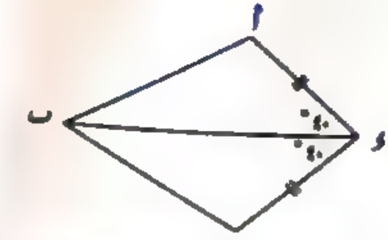
$\overline{ا جـ} \cap \overline{ب د} = \{هـ\}$

ق(∠ا) = ق(∠جـ)

هل Δ ا د هـ ≡ Δ جـ ب هـ ؟ ولماذا ؟

(12) في الشكل المقابل :





ا د = جـ د ، ق(∠ا د ب) = 40°

ق(∠جـ د ب) = 40°

هل Δ ا د ب ≡ Δ جـ د ب ؟ ولماذا ؟

(13) في الشكل المقابل :



ا د = جـ د ، ا ب = جـ ب

ق(∠د ا ب) = 30° ، ا ب = 2 سم

ادرس حالة التطابق

ثم استنتج ق(∠د جـ ب) ، طول $\overline{ب جـ}$

[30° ، 2 سم]

(14) في الشكل المقابل :

هـ منتصف $\overline{ب د}$ ، $\overline{ا هـ} \perp \overline{ب د}$

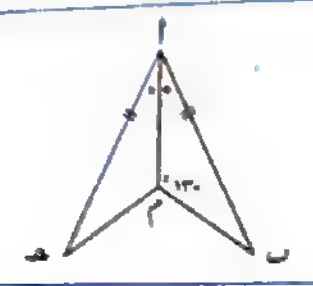
ا ب = 5 سم ، ق(∠ب) = 54°

ادرس حالة التطابق

ثم استنتج ق(∠د) ، طول $\overline{ا د}$

[54° ، 5 سم]

(15) في الشكل المقابل :



ا ب = ا جـ ، $\overrightarrow{ا م}$ ينصف ∠ب ا جـ

ق(∠ا م ب) = 130° تحقق من أن :

م ب = م جـ ، ق(∠ب م جـ) = 100°

(16) في الشكل المقابل :

ا ب = د ب ، ق(∠ا ب جـ) = ق(∠د ب جـ)

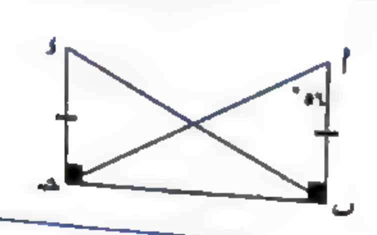
ق(∠ا) = 90° ، د جـ = 3 سم

تحقق من أن ق(∠د) = 90°

ثم استنتج طول $\overline{ا جـ}$

[3 سم]

(17) في الشكل المقابل :



$\overline{ا ب} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{د جـ} \perp \overline{ب جـ}$

ا ب = د جـ ، ق(∠ا) = 56°

تحقق من أن ق(∠د) = 56°

(18) في الشكل المقابل :



ا د = جـ د ،

$\overrightarrow{د ب}$ ينصف ∠ا د جـ

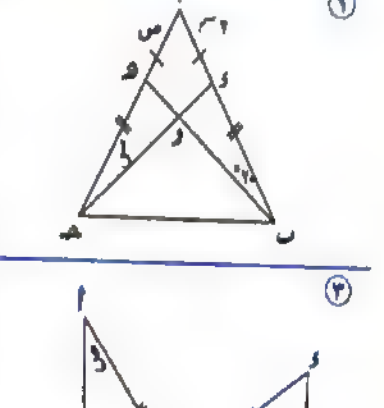
تحقق من أن $\overrightarrow{ب د}$ ينصف ∠ا ب جـ



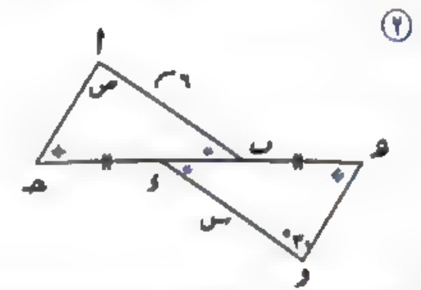


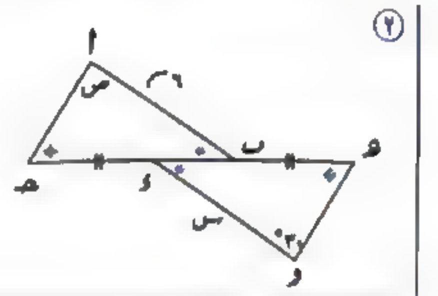
(١٩) ارسم الأشكال الآتية و أوجد قيمة س ، ص فى كل مما يأتى :

(١)



(٢)





(٣)

التـــــوازى

إذا قطع مستقيم أى مستقيمين فإننا نحصل على ٨ زوايا هى المرقمة من ١ إلى ٨ على الرسم المقابل و ينتج عدة أزواج من الزوايا تسمى بمسميات مختلفة حسب أماكنها و هى :

① أزواج الزوايا المتجاورة مثل :

∠١ ، ∠٢ & ∠١ ، ∠٤ & ∠٤ ، ∠٣ & ∠٢ ، ∠٣ وهكذا

② أزواج الزوايا المتناظرة و هى :

∠١ ، ∠٥ & ∠٢ ، ∠٦ & ∠٤ ، ∠٨ & ∠٣ ، ∠٧

③ أزواج الزوايا المتبادلة و هى :

∠٤ ، ∠٦ & ∠٣ ، ∠٥ (و هى زوايا ملتصقة بالقاطع ل)

④ أزواج الزوايا الداخلة و هى فى جهة واحدة من القاطع و هى :

∠٤ ، ∠٥ & ∠٣ ، ∠٦

⑤ أزواج الزوايا المتقابلة بالرأس مثل :

∠١ ، ∠٣ & ∠٢ ، ∠٤ & ∠٥ ، ∠٧ & ∠٦ ، ∠٨

و إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنه ينتج بعض العلاقات كما يلى :

العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

① كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس

② كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس

③ كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

أى أنه إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإننا نستنتج العلاقات السابقة مجتمعة و لكننا نستخدم ما نريده منها

أما إذا سألت نفسك هل تتوازى مستقيمان يلزم وجود كل هذه العلاقات ؟

بالطبع لا ؛ لذلك يجب أن تعرف :

يتوازى مستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية :

- زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس
- زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس
- زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

- المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عمودياً على الآخر والعكس صحيح
- وإذا كان كل من مستقيمين عمودي على مستقيم ثالث في المستوى كان المستقيمان متوازيان

مثلاً : إذا رسم أ ب ، هـ و مستقيمان متوازيان ورسم ق ر عمودي على أحدهما فإنه يكون عمودياً على الآخر والعكس إذا رسما المستقيمان أ ب ، هـ و عمودياً على ق ر فإنهما يكونان متوازيان



- إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان متوازيين

مثلاً : إذا رسم أ ب ، هـ و وكل منهما يوازي ق ر فإن أ ب // هـ و

- إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية في الطول فإن الأجزاء المحصورة بينها لأي قاطع آخر تكون متساوية في الطول أيضاً

مثلاً : إذا كانت ل١ // ل٢ // ل٣ // ل٤
وقطعها المستقيمان م١ ، م٢
وكانت أ ب = ب هـ = هـ و
فيكون ق ر = ر ن = ن ع

أمثلة توضيحية

١ في كل من الأشكال التالية أوجد قياسات الزوايا التي عليها العلامة " ؟ " مع ذكر السبب مستعيناً بالمعطيات الموجودة على الرسم

شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

الحل

في شكل (١) : ق (∠ هـ ص و) = ٧٠° لأن أ ب // هـ و ، س ص قاطع لهما

فيكون ق (∠ هـ ص و) = ق (∠ ص س ب) بالتناظر

في شكل (٢) : ق (∠ ب هـ و) = ٦٠° لأن أ ب // هـ و ،

فيكون ق (∠ أ ب هـ) + ق (∠ ب هـ و) = ١٨٠° لأنهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ب هـ

في شكل (٣) : ق (∠ أ و هـ) = ٥٠° لأن أ ب // و هـ ،

فيكون ق (∠ أ و هـ) = ق (∠ أ) = ٥٠° بالتبادل

ق (∠ هـ و هـ) = ٦٠° لأن و هـ // هـ و ،

فيكون ق (∠ هـ و هـ) = ق (∠ هـ) = ٦٠° بالتبادل

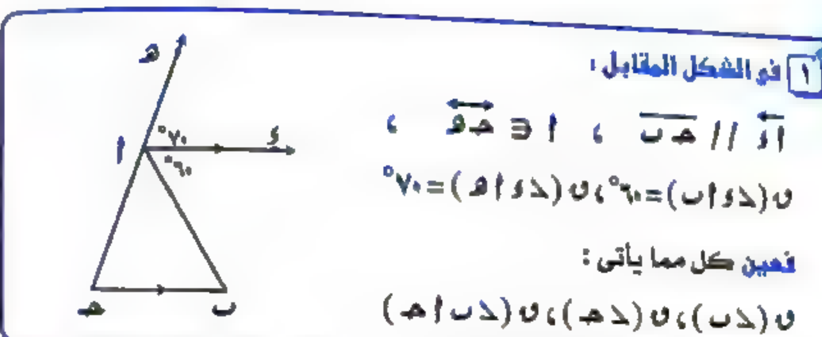
ملاحظة

- كلمة بالتبادل نضعها بدل جملة " لأنهما زاويتان متبادلتان متساويتان ناتجتان من توازي المستقيمان الذي قطعهما القاطع "

مثال ١ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أد} // \overleftrightarrow{بجـ}$ ، أ ∈ $\overleftrightarrow{جـهـ}$ ،
ق(∠دأب) = ٦٠° ، ق(∠دأهـ) = ٧٠°

عين كل مما يأتي :
ق(∠ب) ، ق(∠جـ) ، ق(∠بأجـ)



الحل

ق(∠ب) = ق(∠دأب) = ٦٠° لأنهما زاويتان متبادلتان ، $\overleftrightarrow{أد} // \overleftrightarrow{بجـ}$

ق(∠جـ) = ق(∠دأهـ) = ٧٠° لأنهما زاويتان متناظرتان ، $\overleftrightarrow{أد} // \overleftrightarrow{بجـ}$

ق(∠بأجـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٦٠°) = ٥٠° لأن ∠ جـ أ هـ مستقيمة

مثال ٢ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد} // \overleftrightarrow{وهـ}$ ،
ق(∠أ) = ٣٠° ، ق(∠و) = ١٢٠°
عين ق(∠أجـو)

الحل

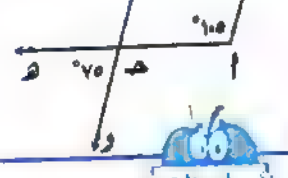
ق(∠أجـد) = ق(∠أ) = ٣٠° لأنهما زاويتان متبادلتان ، $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{دجـ}$

ق(∠دجـو) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠° لأن $\overleftrightarrow{دجـ} // \overleftrightarrow{هـو}$ ، $\overleftrightarrow{وجـ}$ قاطع لهما

فيكون ق(∠أجـو) = ٣٠° + ٦٠° = ٩٠°

مثال ٣ في الشكل المقابل :

ق(∠أ) = ١٠٥° ،
ق(∠وجـهـ) = ٧٥° ،
$\overleftrightarrow{أهـ} \cap \overleftrightarrow{دو} = \{جـ\}$
هل $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$ ؟ مع ذكر السبب

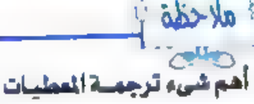


الحل

ق(∠أجـد) = ق(∠وجـهـ) = ٧٥° بالتقابل بالرأس

وحيث أن ق(∠أ) + ق(∠أجـد) = ١٠٥° + ٧٥° = ١٨٠°

فيكون $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$

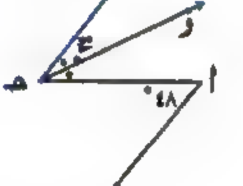


ملاحظة

أهم شيء ترجمة المعطيات ومعرفة ما تعنيه كل فقرة وما أوجه الاستفادة منها فمثلاً $\overleftrightarrow{أهـ} \cap \overleftrightarrow{دو} = \{جـ\}$ معناها وجود زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان في القياس

مثال ٤ في الشكل المقابل :

$\overrightarrow{جـو}$ ينصف ∠أجـد ،
ق(∠دجـو) = ٢٤° ،
ق(∠أ) = ٤٨°
هل $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$ ؟ ولماذا ؟



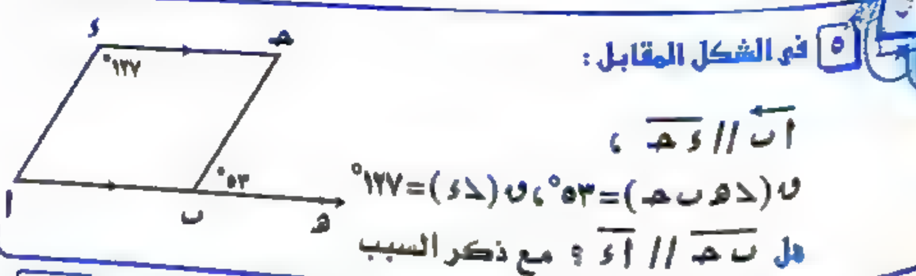
الحل

ق(∠أجـو) = ق(∠وجـد) = ٢٤° لأن $\overrightarrow{جـو}$ ينصف ∠أجـد

فيكون $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{جـد}$ لأن ق(∠أ) = ق(∠أجـد) = ٤٨° وهما متبادلتان

مثال ٥ في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{دجـ}$ ،
ق(∠دبهـ) = ٥٣° ، ق(∠د) = ١٢٧°
هل $\overleftrightarrow{بجـ} // \overleftrightarrow{أد}$ ؟ مع ذكر السبب





الحل

ق(∠ أ) = ١٨٠° - ١٢٧° = ٥٣°

لأن أب // ءهـ ، ∠ أ ، ∠ ء داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع أء

وحيث أن ق(∠ أ) = ق(∠ هـ ب هـ) = ٥٣° وهما متناظرتان

فيكون ب هـ // أء

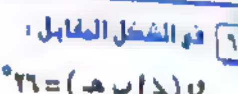
مثال ٦ في الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب هـ) = ٢٦° ،

ب هـ ينصف ∠ أ ب و ،

ب أ // و ء ، ب و // ء هـ

عين ق(∠ ء)



الحل

ق(∠ و ب هـ) = ق(∠ أ ب هـ) = ٢٦° لأن ب هـ ينصف ∠ أ ب و

فيكون ق(∠ و) = ق(∠ أ ب و) = ٢٦° + ٢٦° = ٥٢° لأنهما متبادلتان ، ب أ // ء و

ويكون ق(∠ ء) = ق(∠ و) = ٥٢° لأنهما متبادلتان ، ب و // ء هـ

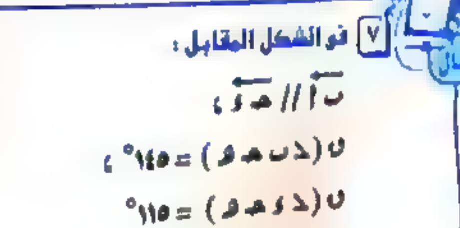
مثال ٧ في الشكل المقابل :

ب أ // هـ ء ،

ق(∠ ب هـ و) = ١٤٥° ،

ق(∠ ء هـ و) = ١١٥°

عين ق(∠ ب)







الحل

ق(∠ ء هـ ب) = ٣٦٠° - (١٤٥° + ١١٥°) = ١٠٠° (زوايا متجمعة حول نقطة)

فيكون ق(∠ ب) = ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

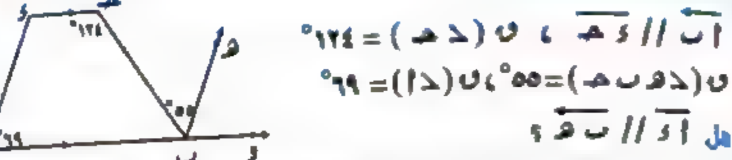
لأن ب أ // هـ ء ، ∠ ب ، ∠ ب هـ ء زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ب هـ

مثال ٨ في الشكل المقابل :

أب // ءهـ ، ق(∠ هـ) = ١٢٤°

ق(∠ ء ب هـ) = ٥٥° ، ق(∠ أ) = ٦٩°

هل أء // ب هـ ؟





الحل

ق(∠ و ب هـ) = ق(∠ هـ) = ١٢٤° لأن أب // ءهـ ، ب هـ قاطع

∴ ق(∠ و ب ء) = ١٢٤° - ٥٥° = ٦٩°

وحيث أن ق(∠ و ب ء) = ق(∠ أ) = ٦٩° وهما متناظرتان

فيكون أء // ب هـ

مثال ٩ في الشكل المقابل :

أ و // س ء // ص هـ // ب جـ

أس = س ص = ص جـ ، أب = ١٢ سم

فأوجد طول ب هـ



الحل

أ و // س ء // ص هـ // ب جـ ، أس = س ص = ص جـ

فيكون أء = ء هـ = هـ ب = $\frac{1}{3}$ أب = ٤ سم

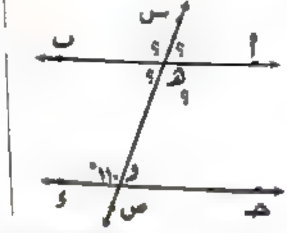
أمثلة للتدريب

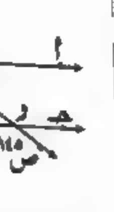
تدريب (١)

في كل من الأشكال الآتية أب // جـ ء ، س ص قاطع لهما

أوجد على الرسم قياسات الزوايا التي عليها العلامة (؟)







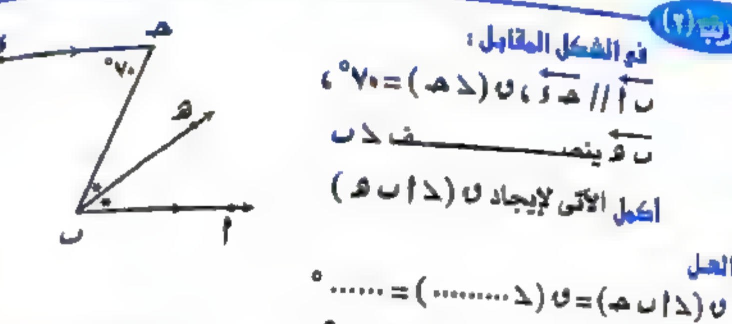
تدريب (٢)

في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{ب أ}$ // $\overleftarrow{هـ د}$ ، ق(∠هـ) = ٧٠° ،

$\overleftarrow{ب و}$ ينصف ∠ب

أكمل الآتي لإيجاد ق(∠أ ب و)



✍ الحل

ق(∠أ ب هـ) = ق(∠ ....) = ...°

ق(∠أ ب و) = ق(∠ ....) = $\frac{.....°}{٢}$ = ...° لأن $\overleftarrow{ب و}$ ينصف ....

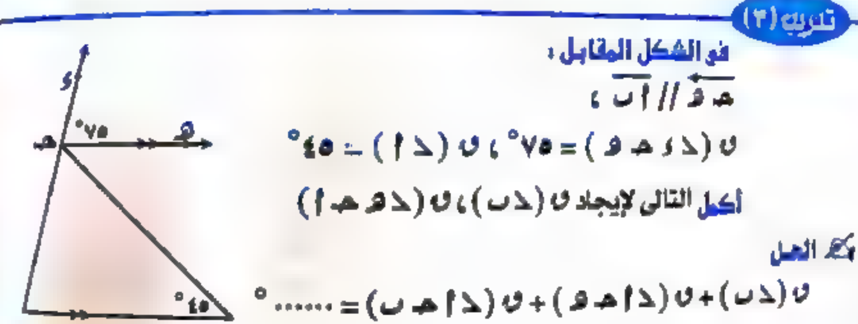
تدريب (٣)

في الشكل المقابل :

$\overleftarrow{هـ و}$ // $\overline{أ ب}$ ،

ق(∠د هـ و) = ٧٥° ، ق(∠أ) = ٤٥°

أكمل التالي لإيجاد ق(∠ب) ، ق(∠و هـ أ)

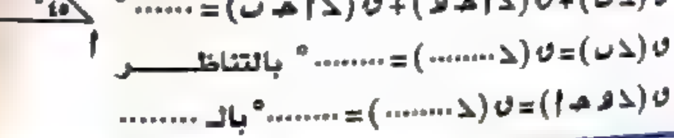


✍ الحل

ق(∠ب) + ق(∠أ هـ و) + ق(∠أ هـ ب) = ...°

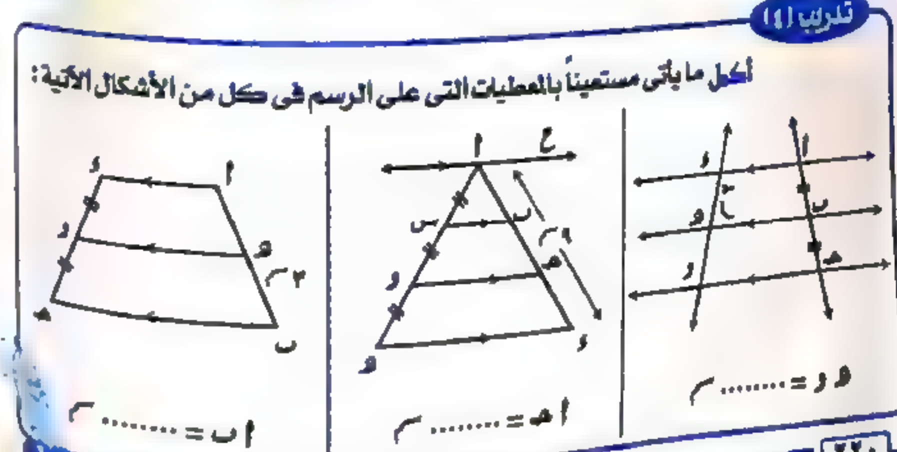
ق(∠ب) = ق(∠ ....) = ...° بالتناظر

ق(∠و هـ أ) = ق(∠ ....) = ...° بالـ ....



تدريب (٤)

أكمل ما يأتي مستعيناً بالمعطيات التي على الرسم في كل من الأشكال الآتية :



و ز = ... سم

أ هـ = ... سم

أ ب = ... سم





تمارين (٤) على التـــوازي

أسئلة الوزارة



أولاً : راجع معنا واختبر نفسك

$\frac{١}{٢}$ ساعة امتحان ومراجعة



١ (أ) أكمل ما يأتي :

١ الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع مع مستقيم تكونان ....

٢ قيـــاس الزاويـــة المنفرجـــة أكـــبر مـــن .... وأقـــل مـــن ....

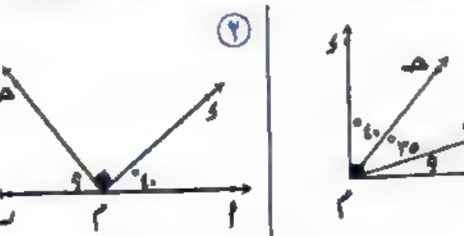
٣ مجمـــوع قياســـات الزوايـــا المتجاورة والمتجمعـــة حـــول نقطـــة = ...

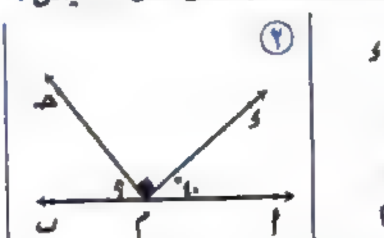
٤ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن الضلعين المتطرفين لهما ....

٤ درجات

(ب) أوجد قياس الزوايا المجهولة في كل مما يأتي :





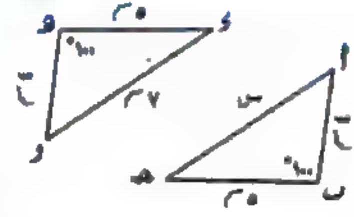


٣ درجات

(جـ) ١ في الشكل المقابل :

إذا كان المثلثان متطابقان

فـإن س = ...



٢ **ادرس** معطيـــات المثلثـين أ ب جـ ، س ص ع للتحقـــق من تطابقهما

وبين حالة التطابق إذا كان أ ب = س ص ، أ جـ = س ع ، ∠أ ≡ ∠س

....

....

....

٣ درجات



ثانياً : اجب عما يأتى :

مسائل المستوى الأول

(١) أكمل ما يأتى :

١) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن : .... ، .... ، ....

٢) إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يقطع ....

٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذان المستقيمان ....

٤) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون .... على الآخر

(٢) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين ....

[متناظرتان أو متجاورتان أو متساويتان فى القياس أو متكاملتان]

٢) المستقيمان الموازيان لثالث ....

[متعامدان أو متوازيان أو متقاطعان أو منطبقان]

٣) من نقطة خارج مستقيم معلوم يمكن رسم .... يوازى المستقيم المعلوم

[مستقيم واحد فقط أو مستقيمان أو عدد لا نهائى من المستقيمات أو ثلاثة مستقيمات]

٤) المستقيمان المتعامدان على مستقيم ثالث ....

[منطبقان أو متقاطعان أو متوازيان أو متساويان فى الطول]

٥) إذا كان ∠أ ، ∠ب متبادلتان ، ق (∠أ) = ٦٠° فإن ق (∠ب) = ...

[٣٠° أو ٦٠° أو ١٢٠° أو لا يمكن معرفته بدون توازى]

٦) إذا كان أ ∉ للمستقيم ل فإن عدد المستقيمات التى تمر بالنقطة أ وتوازى المستقيم ل = ... [١ أو ٢ أو ٣ أو عدد لا نهائى]

٧) إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتان المتبادلتان متساويتان فى القياس كان المستقيمان ....

[متعامدان أو متقاطعان أو متوازيان أو منطبقان]

٨) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع ....

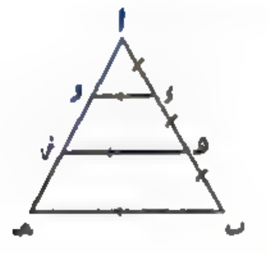
[متساويتان فى القياس أو متكاملتان أو متتامتان أو متجاورتان]

٩) إذا قطع مستقيم مستقيمين و كانت الزاويتان المتناظرتان غير متساويتان فى القياس كان المستقيمان ....

[متوازيان أو متقاطعان أو منطبقان أو متعامدان]

١٠) إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت زاويتان داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان فإن .... [المستقيمان متوازيان أو الزاويتان متجاورتان متكاملتان أو ليس من الضرورى أيا مما سبق أو غير ذلك]

(٤) فى الشكل المقابل :



إذا كان △ أ ب جـ متساوى الأضلاع محيطه ١٨ سم ، د و ∥ هـ ن ∥ ب جـ

فأختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١) أ ب = ... سم [١٨ أو ٩ أو ٦ أو ٢]

٢) أ د = ... سم [٢ أو ٤ أو ٦ أو ٩]

٣) أ هـ = ... سم [٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨]

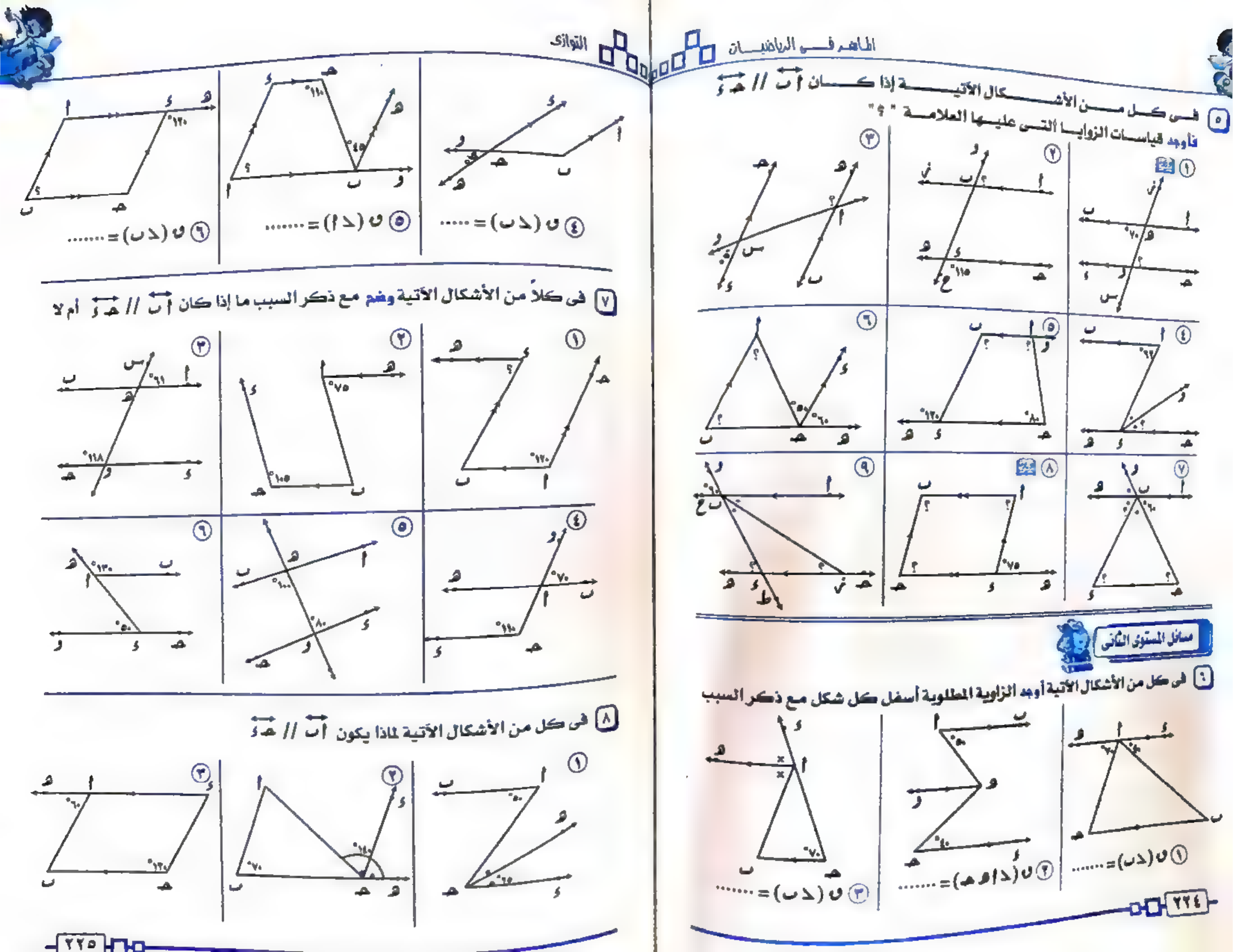
٤) أ جـ = ... سم [٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨]

٥) أ ن = ... سم [٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨]

٦) هـ ب = $\frac{١}{٢}$ .... [أ ب أو أ د أو أ هـ أو ب جـ]

٧) أ و = $\frac{١}{٣}$ .... [أ ن أو ن هـ أو أ هـ أو و هـ]

٥ في كل من الأشكال الآتية إذا كان أ ب // جـ د فأوجد قياسات الزوايا التي عليها العلامة " ؟ "



مسائل المستوى الثاني

٦ في كل من الأشكال الآتية أوجد الزاوية المطلوبة أسفل كل شكل مع ذكر السبب

① ق(∠ب د) = ... ② ق(∠أ هـ جـ) = ... ③ ق(∠ب) = ...

④ ق(∠ب) = ... ⑤ ق(∠أ) = ... ⑥ ق(∠ب) = ...

٧ في كلاً من الأشكال الآتية وضح مع ذكر السبب ما إذا كان أ ب // جـ د أم لا

٨ في كل من الأشكال الآتية لماذا يكون أ ب // جـ د

(٤) (٥) (٦)

(٧) (٨) (٩)

٩ أوجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية :

(١) (٢) (٣)

(٤) (٥) (٦)

١٠ في الشكل المقابل :

هـ و // جـ د ، ق(∠ جـ) = ١٣٠° ،

هـ و ينصف ∠ ا هـ جـ ، ق(∠ ا) = ٥٠°

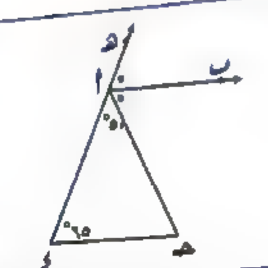
هل ا ب // جـ د

١١ في الشكل المقابل :

ا ∈ هـ د ، ق(∠ جـ ا د) = ٥٠° ،

ا ب ينصف ∠ هـ ا جـ ، ق(∠ د) = ٦٥°

هل ا ب // د جـ



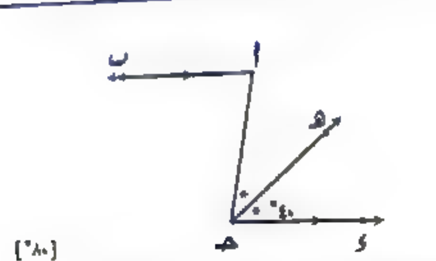
١٢ في الشكل المقابل :

ا ب // جـ د ،

جـ هـ ينصف ∠ ا جـ د ،

ق(∠ د جـ هـ) = ٤٠°

عين ق(∠ ب ا جـ)



[٨٠°]

١٣ في الشكل المقابل :

د هـ // ا ب ، ق(∠ د) = ٦٠° ،

ق(∠ ا) = ق(∠ ب)

عين ق(∠ ا)



[٦٠°]

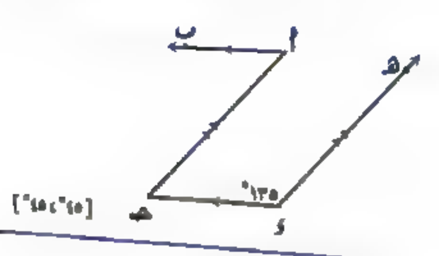
١٤ في الشكل المقابل :

ا ب // جـ د ،

د هـ // جـ ا ،

ق(∠ د) = ١٣٥°

عين ق(∠ جـ) ، ق(∠ ا)



[٤٥° ، ٤٥°]

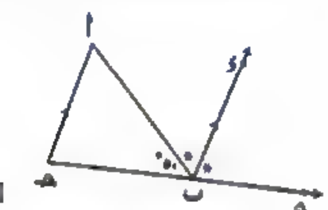
١٥ في الشكل المقابل :

ق(∠ ا ب جـ) = ٥٠° ،

ب د ينصف ∠ ا ب هـ

فإذا كان ب د // ا جـ

عين ق(∠ ا) ، ق(∠ جـ)



[٦٥° ، ٦٥°]

(١٦) في الشكل المقابل :

جـ د // أ ب ، ق(∠ جـ ب و) = ١٢٠° ،

ق(∠ هـ د هـ) = ٧٠°

عين ق(∠ د أ ب جـ) ، ق(∠ ب جـ د) ،

ق(∠ د أ ب)

[٦٠° ، ١٢٠° ، ٧٠°]

(١٧) في الشكل المقابل :

أ ب // و هـ ، و هـ ∩ أ س = {د} ،

ق(∠ ب أ د) = ٦٩° ،

ق(∠ س د ص) = ق(∠ ص د جـ) = ق(∠ جـ د هـ)

عين ق(∠ جـ د هـ)

[٣٧°]

(١٨) في الشكل المقابل :

أ ب // جـ و ، د هـ // جـ و ،

ق(∠ أ) = ١٠٠° ، ق(∠ أ جـ د) = ٢٠°

احسب ق(∠ د جـ و) ، ق(∠ جـ د هـ)

[١٠٠° ، ٨٠°]

(١٩) في الشكل المقابل :

أ ب // جـ د ، د و // جـ ب ،

د و ينصف ∠ أ د هـ ، ق(∠ أ) = ١١٤°

احسب ق(∠ أ د و) ، ق(∠ جـ)





[٥٧° ، ٥٧°]

(٢٠) في الشكل المقابل :

ق(∠ أ س هـ) = ١١٠° ، ق(∠ و ص د) = ١١٠°

أ ب ∩ هـ و = {س} ، جـ د ∩ هـ و = {ص}

هل أ ب // جـ د ؟ ولماذا ؟



(٢١) في الشكل المقابل :

ق(∠ جـ) = ٥٥° ، ق(∠ و أ هـ) = ١١٠° ،

أ ∈ جـ و ، أ ب ينصف ∠ و أ هـ

هل أ ب // جـ د ؟ ولماذا ؟



(٢٢) في الشكل المقابل :

أ ب // جـ د ،

ق(∠ أ) = ٦٥° ،

ق(∠ د) = ١١٥°

هل د هـ // جـ أ ؟ ولمـــاذا ؟



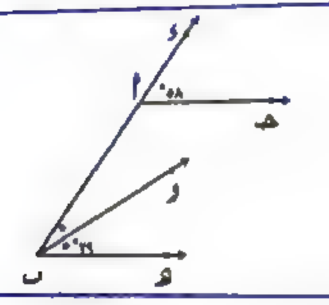
(٢٣) في الشكل المقابل :

ب و ينصف ∠ أ ب هـ ،

ق(∠ د أ جـ) = ٥٨° ،

ق(∠ هـ ب و) = ٢٩°

هل ب هـ // أ جـ ؟ ولمـــاذا ؟



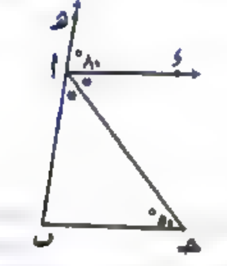
(٢٤) في الشكل المقابل :

ق(∠ هـ أ د) = ٨٠° ، أ جـ

ينصـــف ∠ د أ ب ،

ق(∠ أ جـ ب) = ٥٠° ، أ ∈ ب هـ

هل أ د // ب جـ ؟ ولمـــاذا ؟



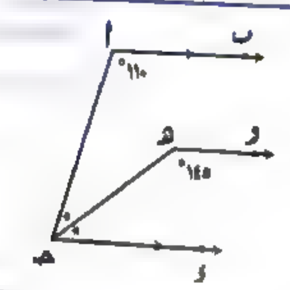
(٢٥) في الشكل المقابل :

أ ب // جـ د ، ق(∠ أ) = ١١٠° ،

جـ هـ ينصـــف ∠ أ جـ د ،

ق(∠ هـ) = ١٤٥°

هل هـ و // جـ د ؟ ولمـــاذا ؟





(٢٦) في الشكل المقابل:

ل، // ل، // ل، ،

أ ب = ب هـ ، و هـ = ٥ سم

عين طول و أ

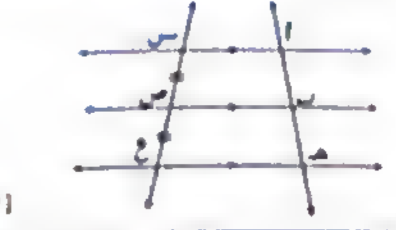


(٢٧) في الشكل المقابل:

أ س // ب ص // هـ ع

س ص = ص ع ، أ هـ = ٤ سم

عين طول أ ب



(٢٨) في الشكل المقابل:

أ ع // ص و // س هـ // هـ ب

أ ص = ص س = س هـ ، أ ب = ١٥ سم

عين طول ب هـ ، و هـ



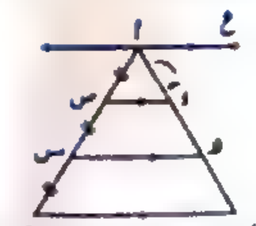


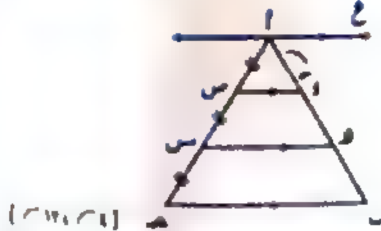
(٢٩) في الشكل المقابل:

أ ع // ص و // س هـ // هـ ب ،

أ ص = ص س = س هـ ، أ و = ٤ سم

احسب طول كل من هـ ب ، أ ب





مسائل المتفوقين

(٣٠) في الشكل المقابل:

أ د // ب هـ ، هـ و // أ ب ،

ق(∠ د) = ١٣٢° ، ق(∠ أ) = ١٠٨°

أوجد ق(∠ د هـ و)



(٣١) في الشكل المقابل:

ب س ينصف ∠ أ ب ص ،

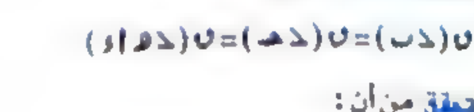
ب ع ينصف ∠ ص ب هـ ،

ص و // ب ع ، ص و ⊥ ب س

هل ب أ ، ب هـ على استقامة واحدة



(٣٢) في الشكل المقابل:

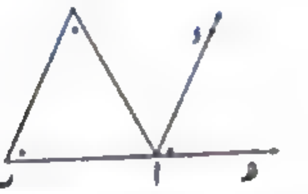


ق(∠ ب) = ق(∠ هـ) = ق(∠ د أ و)

تحقق من أن:

أ و ينصف ∠ د أ هـ





(٣٣) في الشكل المقابل:

ب أ // هـ و ،

ق(∠ ب) = ق(∠ د)

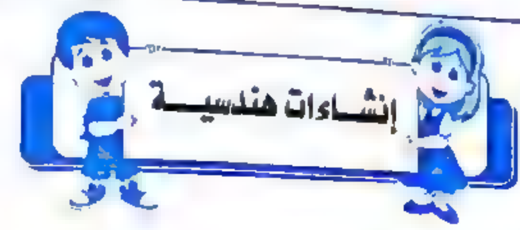
هل و هـ // ب هـ ؟ ولماذا ؟











إنشاءات هندسية

تنصيف قطعة مستقيمة

المعطيات: $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة معلومة

المطلوب: تنصيف $\overline{أب}$

خطوات العمل:

① نركز بسن الفرجار عند نقطة أ ونفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف طول $\overline{أب}$ ثم نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من $\overline{أب}$ كما في شكل (١)

② نركز بسن الفرجار عند نقطة ب وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين آخرين يتقاطعان مع القوسين السابقين في النقطتين ء ، هـ كما في شكل (٢)

③ نرسم $\overleftrightarrow{ءهـ}$ فيقطع $\overline{أب}$ في نقطة حـ فتكون حـ هي منتصف $\overline{أب}$ كما في شكل (٣)

تذكر أن

محور تماثل القطعة المستقيمة: هو مستقيم عمودي على القطعة المستقيمة من منتصفها

إنشاء منصف لزاوية معلومة

المعطيات: ∠ أ ب حـ زاوية معلومة

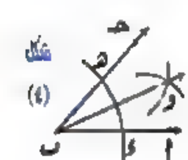
المطلوب: رسم منصف لزاوية أ ب حـ باستخدام الفرجار والمسطرة

خطوات العمل:

① نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية ب وبفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع $\overrightarrow{ب أ}$ في ء ، $\overrightarrow{ب حـ}$ في هـ كما في الشكل (٢)

② نركز بسن الفرجار عند كل من ء ، هـ وبنفس الفتحة أو فتحة مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في و كما في الشكل (٣)

③ نرسم $\overrightarrow{ب و}$ فيكون هو منصف ∠ أ ب حـ كما في الشكل (٤)



إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة

المعطيات: $\overleftrightarrow{أب}$ مستقيم معلوم ، حـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

المطلوب: رسم عمود على $\overleftrightarrow{أب}$ من نقطة حـ

خطوات العمل:

① نركز بسن الفرجار عند نقطة حـ وبفتحة مناسبة نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من حـ يقطعان $\overleftrightarrow{أب}$ في ء ، هـ كما في شكل (١)



② نركز بسن الفرجار عند كل من ء ، هـ وبفتحة مناسبة أكبر من طول $\overline{حـء}$ نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة م كما في شكل (٢)



③ نرسم $\overleftrightarrow{م حـ}$ فيكون $\overleftrightarrow{م حـ} \perp \overleftrightarrow{أب}$ كما في شكل (٣)



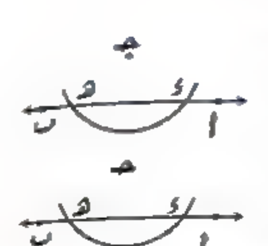
إنشاء عمود من نقطة لا تنتمي إلى مستقيم معلوم

المعطيات: أ ب مستقيم معلوم ، هـ ∉ أ ب

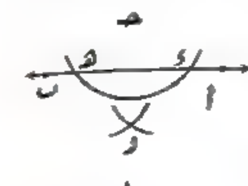
المطلوب: رسم مستقيم يمر بنقطة هـ عمودياً على أ ب

خطوات العمل:

(١) نركز بسن الفرجار عند هـ وبفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع أ ب في نقطتين د ، هـ



(٢) نركز بسن الفرجار عند كل من د ، هـ وبفتحة مناسبة (تساوي طول د هـ أو أكبر من نصف طولها) نرسم قوسين يتقاطعان في و



(٣) نرسم هـ و فيكون هو المستقيم المار بنقطة هـ عمودياً على أ ب



• إذا رسم △ أ ب هـ وطلب رسم ارتفاع المثلث الذي رأسه نقطة أ فإننا نرسم عمود على القاعدة ب هـ من نقطة أ بنفس الطريقة

إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة

المعطيات: أ ب هـ زاوية معلومة

المطلوب: رسم ∠ د هـ و تطابق ∠ أ ب هـ

خطوات العمل:

(١) نرسم شعاعاً بدايته هـ ليمثل أحد ضلعي الزاوية المراد رسمها كما في شكل (١)

(٢) نركز بسن الفرجار عند رأس الزاوية المعلومة ب وبفتحة مناسبة نرسم قوساً يقطع ب أ ، ب هـ عند س ، ص على الترتيب كما في شكل (٢)

(٣) نركز بسن الفرجار في هـ و بنفس الفتحة السابقة نرسم قوساً يقطع الشعاع الذي بدايته هـ في د كما في شكل (٣)

(٤) نركز بسن الفرجار عند د وبفتحة تساوي طول س ص نرسم قوساً آخر يقطع القوس السابق في و كما في شكل (٤)

(٥) نرسم هـ و فتكون ∠ د هـ و هي الزاوية المطلوبة كما في شكل (٥)

رسم مستقيم من نقطة معلومة موازٍ لمستقيم معلوم

المعطيات: أ ب مستقيم معلوم ، هـ ∉ أ ب

المطلوب: رسم مستقيم من نقطة هـ يوازي أ ب

خطوات العمل:

(١) نرسم المستقيم هـ ص يمر بالنقطة هـ ويقطع أ ب في ص كما في الشكل (١)

(٢) نركز بسن الفرجار عند ص و نرسم قوساً يقطع ص أ في د ، ويقطع ص هـ في هـ كما في الشكل (٢)

(٣) نركز بسن الفرجار عند نقطة هـ و بنفس فتحة الفرجار السابقة نرسم قوس مثل السابق بحيث يقطع ص هـ في و كما في الشكل (٣)

(٤) نركز بسن الفرجار عند و و بفتحة تساوي طول د هـ نرسم قوساً يقطع القوس السابق في س ثم نرسم س هـ فيكون س هـ // أ ب كما في الشكل (٤)



مثال ١: ارسم △ أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم باستخدام المسطرة غير المدرجة والفرجار لنصف ب جـ في د ثم أوجد بالقياس طول أ د

الحل

(١) نرسم ب جـ طولها ٦ سم

(٢) نفتح الفرجار فتحة طولها ٥ سم ونركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوساً ثم نركز بسن الفرجار عند جـ ونرسم قوساً يقطع القوس السابق في أ



(٣) نرسم أ ب ، أ جـ فنحصل على △ أ ب جـ

(٤) بنفس فتحة الفرجار نركز عند ب ، جـ و نرسم قوسين متقاطعين بنفس الطريقة السابقة في الجهة الأخرى من ب جـ و لتكن نقطة التقاطع هي هـ

(٥) نصل هـ أ فتقطع ب جـ في نقطة ولتكن د فتكون د هي منتصف ب جـ

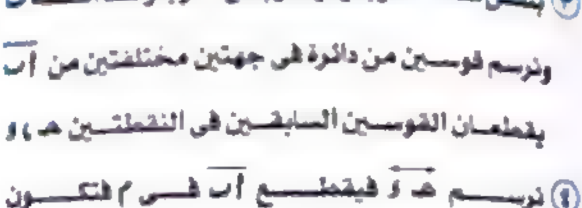
(٦) نقيس طول أ د نجد أن أ د = ٤ سم ، ق(∠ أ د ب) = ٩٠°

مثال ٢: ارسم أ ب التي طولها ٣ سم ثم ارسم محور تماثل لها باستخدام الأدوات الهندسية (لا تمح الأقواس)

خطوات العمل: (ملاحظة: غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل)

(١) نرسم القطعة المستقيمة أ ب طولها ٣ سم بالمسطرة

(٢) نفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف طول أ ب ونركز بسن الفرجار عند النقطة أ ونرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من أ ب



(٣) بنفس فتحة الفرجار نركز بسن الفرجار عند النقطة ب ونرسم قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من أ ب يقطعان القوسين السابقين في النقطتين جـ ، د

(٤) نرسم جـ د فيقطع أ ب في م لتكون م هي منتصف أ ب و يكون جـ د هو محور تماثل أ ب



مثال ٣: باستخدام المسطرة و الفرجار ارسم △ أ ب جـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٦ سم ، نصف كل من زاويتي أ ب جـ ، أ جـ ب بحيث يتقاطع المنصفان في م هل م ب = م جـ ؟ ثم أوجد بالقياس ق(∠ ب م جـ) (لا تمح الأقواس)

خطوات العمل: (غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل)

(١) نرسم القطعة المستقيمة ب جـ طولها ٦ سم

(٢) نفتح الفرجار فتحه = ٦ سم ونركز بسن الفرجار عند نقطة ب ونرسم قوساً ثم نركز عند جـ و بنفس الفتحة نرسم قوساً آخر يقطع الأول في نقطة هي نقطة أ ثم نصل أ ب ، أ جـ بذلك نكون رسمنا △ أ ب جـ المتساوى الأضلاع

(٣) نركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوساً يقطع أ ب ، ب جـ في س ، ص على الترتيب ثم نركز بسن الفرجار عند س ونرسم قوساً ثم نركز بسن الفرجار عند ص بنفس الفتحة السابقة ونرسم قوساً يقطع القوس السابق في نقطة ولتكن هـ ، نرسم ب هـ فيكون هو منصف ∠ أ ب جـ



٤ نكرر الخطوة رقم (٣) عند النقطة هـ و نرسم منصف لزاوية أ هـ ب و ليكن هـ و

فيقطـع ب م في نقطـة هي نقطة م

بالقيــاس نجــد أن : م ب = م هـ ، ق (∠ ب م هـ) = ١٢٠°

مثال ٤ باستخدام المسطرة و الفرجار ارسم المثلث أ ب هـ الذي فيه أ ب = أ هـ = ٥ سم ، ب هـ = ٦ سم ، ارسم أ و ⊥ ب هـ تقطعه في و أوجد بالقياس طول أ و (لا تمسح الأقواس)

خطوات العمل : (ملاحظة : غير مطلوب كتابة الخطوات عند الحل)

① نرسم القطعة المستقيمة ب هـ طولها ٦ سم بالمسطرة

② نفتح الفرجار فتحه = ٥ سم و نركز بسن الفرجار عند نقطة ب ، ونرسم قوساً

③ بنفس فتحة الفرجار نركز عند نقطة هـ ، ونرسم قوساً يقطع القوس الأول في نقطة أ

④ نصل أ ب ، أ هـ فنكون قد رسمنا Δ أ ب هـ

⑤ نركز عند نقطة أ بسن الفرجار ونرسم قوساً يقطع ب هـ في نقطتين ولتكن ٥ ، ر (يمكن أن نرسم القوس يقطع ب هـ في ب ، هـ لأن أ ب = أ هـ)

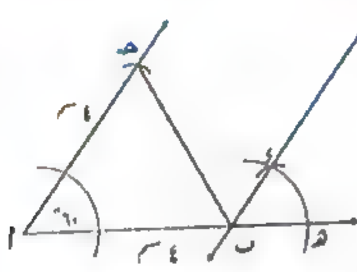
⑥ نركز عند نقطة " ٥ " بسن الفرجار و نرسم قوساً بنفس فتحة الفرجار (أو فتحة مناسبة) ثم نركز عند نقطة " ر " بسن الفرجار وبنفس فتحة الفرجار نرسم قوساً يقطع القوس السابق في نقطة ولتكن م

⑦ نصل أ م فيقطع ب هـ في نقطة هي و

⑧ نوجد طول أ و بالمسطرة نجد أن أ و = ٤ سم

مثال ٥ ارسم Δ أ ب هـ الذي فيه أ ب = أ هـ = ٤ سم ، ق (∠ أ) = ٦٠° باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ب و // أ هـ ثم أوجد بالقياس ق (∠ و ب هـ) " لا تمح الأقواس "

الحل



نرسم أ ب طولها = ٤ سم ثم نركز بمركز المنقلة عند أ ونرسم ∠ ب أ هـ قياسها = ٦٠°

نركز بسن الفرجار عند أ وبفتحة تساوي أ ب نرسم قوساً يقطع ضلع الزاوية الآخر في هـ

ثم نصل ب هـ فنحصل على Δ أ ب هـ

و لرسم ب و // أ هـ فإننا نرسم من نقطة ب الشعاع أ ب ونرسم من ب مستقيم موازي أ هـ بنفس الطريقة التي درست قبل الأمثلة

نقيس ∠ و ب هـ بالمنقلة فنجد أن ق (∠ و ب هـ) = ٦٠°

مثال ٦ ارسم Δ أ ب هـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٣ سم و باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ب و ⊥ ب هـ بحيث يقطع هـ أ في و أوجد طول و هـ بالقياس " لا تمح الأقواس "

الحل

نرسم Δ أ ب هـ

نمد ب هـ من جهة ب فتصبح هـ ب

نركز بسن الفرجار عند نقطة ب و نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من ب بحيث يقطعان هـ ب في ٥ ، و

ثم نركز بسن الفرجار عند نقطة ٥ ونرسم قوساً ومن نقطة و وبنفس فتحة الفرجار نرسم قوساً يقطع القوس السابق في س ثم نرسم ب س يقطع هـ أ في و نقيس بالمسطرة طول هـ و فنجد أن هـ و = ٦ سم



أمثلة للتدريب

تدريب (١)

فى الشكل المرسوم:

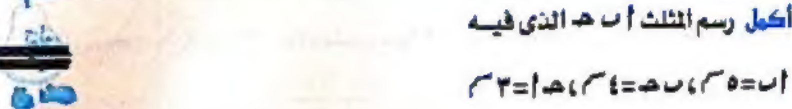
قطعة مستقيمة هى $\overline{أب}$

باستخدام المسطرة والفرجار

حدد منتصف $\overline{أب}$ (لا تمح الأقواس)

أ ــــــــــ ب

تدريب (٢)



أكمل رسم المثلث أ ب جـ الذى فيه

أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٤ سم ، جـ أ = ٣ سم

ثم ارسم $\overrightarrow{أ ى}$ ينصف ∠ أ

ويقطع $\overline{ب جـ}$ فى ى (لا تمح الأقواس)

أ ــــــــــ ب

تدريب (٣)

فى الشكل المقابل:

أكمل رسم المثلث أ ب جـ المتساوي الساقين حيث أ ب = أ جـ = ٣ سم

ومن نقطة ى ارسم العمود $\overleftrightarrow{ى هـ}$

هل $\overleftrightarrow{ى هـ}$ يمر بنقطة أ أم لا ؟

جـ ــــ ى ــــ ب

٤ سم

تمارين (٥) على إنشاءات هندسية

أسئلة الوزارة

أولاً : راجع معنا و اختبر نفسك

١٠ — $\frac{١}{٣}$ ساعة امتحان ومراجعة — اختبار تراكمى (٤)

١ (أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① الزاوية التى قياسها ٦٠َ ٨٩° تكون .... [مستقيمة أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

② إذا كانت الزاويتان المتتامتان متجاورتين واحداهما حادة فإن الأخرى .... [مستقيمة أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

③ الزاوية المستقيمة تكملها زاوية .... [صفرية أ، حادة أ، منفرجة أ، قائمة]

④ إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان .... [متساويتان فى القياس أ، متكاملتان أ، حادتان أ، غير ذلك]

٤ درجات

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـ ى} = \{و\}$ ، $\overrightarrow{وهـ}$ ينصف ∠ أ و جـ

ق (∠ أ و ى) = ١٣٠° أوجد كل من :

ق (∠ أ و هـ)، ق (∠ جـ و ب)، ق (∠ ى و ب)

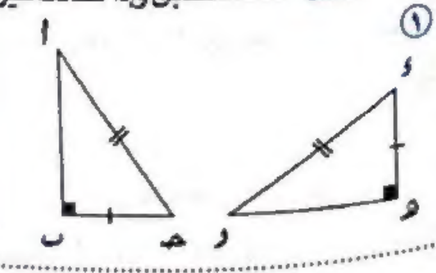
....

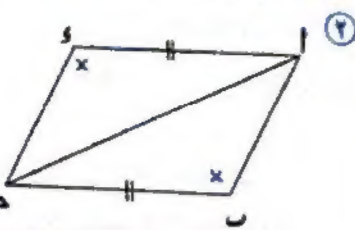
....



(جـ) إذا كانت المعطيات كافية لإثبات تطابق المثلثين فأكتب تطابق المثلثين وبين حالة التطابق وإذا كانت غير كافية اكتب غير متطابقين واذكر السبب

① ②



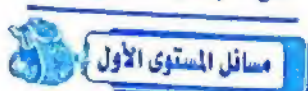


....

....



ثانياً : أجب عما يأتي :



ملاحظة: في كل من الأسئلة الآتية لا تمحو الأقواس

(٢) أرسم القطعة المستقيمة اب التي طولها ٧ سم ثم نصفها

(٣) أرسم اب ومن نقطة جـ ∈ اب أرسم جـ ء ⊥ اب

(٤) أرسم اب ومن نقطة ء ∉ اب أرسم ء هـ ⊥ اب

(٥) أرسم ∠ ا ب جـ التي قياسها ٦٠° ثم نصفها بالمنصف ب ء

(٦) أرسم △ ا ب جـ الحاد الزوايا ونصف ∠ ب

(٧) أرسم △ ا ب جـ منفرج الزاوية و أرسم محور تماثل ب جـ

مسائل المستوى الثاني

(٨) أرسم △ ا ب جـ الحاد الزوايا و أرسم ارتفاع المثلث المار بنقطة ا

(٩) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم ، ا جـ = ٤ سم ثم نصف ∠ ا بالشعاع ا ء يقطع ب جـ في ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ب ا جـ) [٩٠°]

(١٠) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ا جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم ثم نصف ∠ ا بالشعاع ا ء يقطع ب جـ في ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ا ء جـ) [٩٠°]

(١١) أرسم ب جـ طولها = ٤ سم باستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف ب جـ في ء ومن ء أقم العمود ء ا على ب جـ ثم أرسم ا ب ، ا جـ قارن مستخدماً الفرجار بين طول ا ب ، طول ا جـ ماذا تلاحظ ؟

(١٢) أرسم المثلث ا ب جـ المتساوي الساقين والذي فيه ا ب = ا جـ ، باستخدام الفرجار نصف ب جـ في ء ، أرسم ا ء ثم أوجد بالقياس ق (∠ ا ء جـ)

(١٣) أرسم المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص والذي فيه س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، مستخدماً المسطرة و الفرجار فقط نصف س ع في م ، أرسم ص م هل م س = م ص = م ع ؟ أوجد طول كل منها

(١٤) أرسم △ ا ب جـ فيه ق (∠ ب) = ٩٠° ، ا ب = ب جـ = ٨ سم ثم نصف ا جـ في ء هل △ ا ب ء قائم الزاوية ومتساوي الساقين

(١٥) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ا جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم ثم أسقط عمود من ا على ب جـ يقطعها في ء ثم أوجد بالقياس طول كل من ب ء ، ء جـ [٢سم، ٢سم]

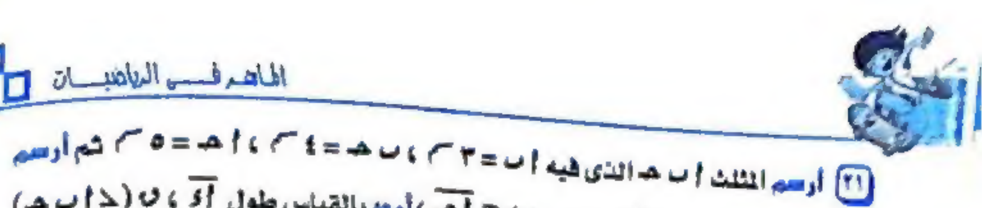
(١٦) أرسم المثلث ا ب جـ الذي فيه ا ب = ا جـ = ٦ سم ، ق (∠ ا) = ٧٠° باستخدام المسطرة والفرجار نصف ∠ ب ، ∠ جـ فيتقاطع المنصفان في م

(١٧) أرسم أي مثلث ا ب جـ وباستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف ا ب في ء ثم أرسم ء هـ // ب جـ ويقطع ا جـ في هـ ، هل طول ا هـ = طول هـ جـ ؟

(١٨) أرسم △ ا ب جـ المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٤ سم ، من ا أرسم ا هـ // ب جـ ويقطع العمود المقام من جـ في هـ أوجد طول ا هـ [٢سم]

(١٩) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، ق (∠ ا ب جـ) = ١٢٠° أرسم محاور تماثل أضلاعه و أذكر ماذا تلاحظ ؟ أين تقع نقطة التقاطع ؟

(٢٠) أرسم △ ا ب جـ فيه ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، ا جـ = ٥ سم ، نصف كل من ا ب ، ب جـ وحدد أين تتقاطع محاور الأضلاع من نقط التنصيف ؟ وقس المسافة من نقطة تقاطع الأعمدة إلى كل من نقطتي ا ، جـ



(٢١) ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم ثم ارسم ∆ ء ب حـ تطابق ∆ أ حـ ب بحيث ء ∈ $\overline{أ حـ}$ ، أوجد بالقياس طول $\overline{أ ء}$ ، ق (∠ أ ب حـ)

(٢٢) ارسم المثلث أ ب حـ الذى فيه أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٦ سم ، حـ أ = ٧ سم ، ء ∈ $\overleftrightarrow{حـ ب}$ ثم ارسم ∆ ء ب هـ تطابق ∆ أ

مسائل المتفوقين

(٢٣) بدون استخدام المنقلة ارسم زاوية قياسها ٢٢,٥°

(٢٤) بدون استخدام المنقلة ارسم زاوية قياسها ٣٧,٥°

(٢٥) من السؤال رقم ١٨ أكمل : ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ ....)



نموذج (١) اختبار مراجعة على ما سبق ٣٠

(١) أكمل ما يأتى : (١٠ درجات)

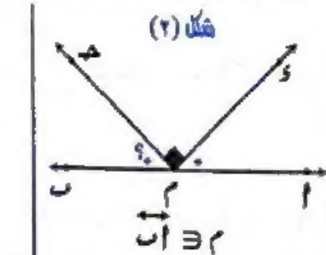
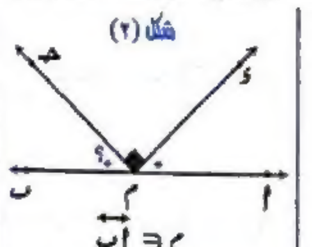
① الزاوية التى قياسها ٣٠° تتمم زاوية قياسها ....

② إذا مدت القطعة المستقيمة من جهتيها بلا حدود ينتج ....

③ مجموع قياسات الزوايا المتجاورة المتجمعة حول نقطة = ...

④ إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن الضلعين المتطرفين لهما ....

(٢) فى كل من الأشكال الآتية أكتب على الرسم قياسات الزوايا التى عليها العلامة (؟) (١٠ درجات)

(٣) (أ) أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{أ ب}$ ، $\overrightarrow{ء هـ}$ ينصف ∠ ب ء حـ ، ق (∠ أ ء حـ) = ١٠٠° ، ق (∠ أ حـ ء) = ٤٠° (١٠ درجات)

هل $\overline{ء هـ}$ // $\overline{أ حـ}$ ؟ ولماذا ؟

(ب) ارسم ∆ أ ب حـ الذى فيه أ ب = أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٧ سم ثم نصف كلاً من الزاويتين ∠ ب ، ∠ حـ بمنصفين يتقاطعان فى م (لا تمح الأقواس)



نموذج (٢) — اختبار مراجعة على ما سبق — ٣٠

١٠ درجات

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① إذا مدت القطعة المستقيمة من إحدى جهتيها بلا حدود ينتج ....

[مستوى أو قطعة مستقيمة أو شعاع أو خط مستقيم]

② إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة طولها ٥ سم فإن ....

[$\overrightarrow{أب}$ = ٥ سم أو أب = ٥ سم أو $\overline{أب}$ = ٥ سم أو $\overleftrightarrow{أب}$ = ٥ سم]

③ إذا كانت ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

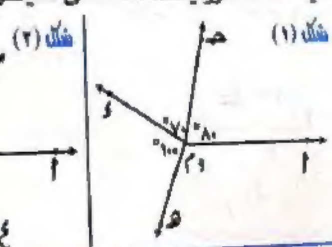
[٨٠° أو ١٨٠° أو ٢٦٠° أو ١٠°]

④ إذا كانت ∠ أ تكمل ∠ ب ، ∠ ﺟ تكمل ∠ ب فإن ∠ أ ، ∠ ﺟ ....

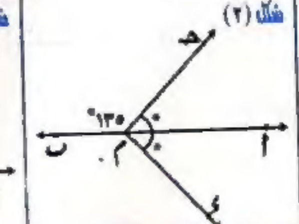
[متكاملتان أو متتامتان أو متساويتان في القياس أو غير ذلك]

٢ إذا كانت م ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ في كل من الأشكال الآتية **فأكتب** على الرسم قياسات الزوايا التي عليها العلامة (؟) — ١٠ درجات

شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

ﻫ ، د ، ﺟ ، ٥٠° ، ب ، م ، أ

٣ (أ) ارسم Δ أ ب ﺟ الذي فيه أ ب = أ ﺟ = ٦ سم ، ق (∠ أ) = ٧٠° باستخدام الفرجار والمسطرة نصف ∠ ب ، ∠ ﺟ بمنصفين فيتقاطعان في م (لا تمح الأقواس)

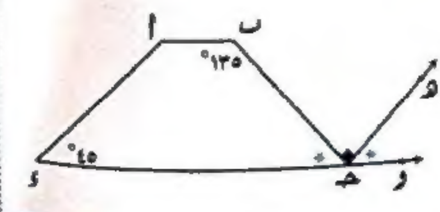
(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{ﺟ ب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ﺟ ﻫ}$ ،

ق (∠ و ﺟ ﻫ) = ق (∠ ب ﺟ د) ،

ق (∠ ب) = ١٣٥° ، ق (∠ د) = ٤٥°

هل $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{و ﺟ}$



١٠ درجات